Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук

Центр физики наногетероструктур

Лаборатория квантовой фотоники

# Научный доклад «Разработка источников запутанных фотонов на квантовых точках в системе материалов InAlGaAs»

Аспирант: Серов Юрий Михайлович

Направление подготовки: 03.06.01 – физика и астрономия Научная специальность: 1.3.11 – физика полупроводников

> Санкт-Петербург 2023 год

Научный руководитель:

Зав.лаб., д.ф.-м.н. Торопов Алексей Акимович Рецензенты:

# Общая характеристика научно-квалификационной работы

Научно-квалификационная работа посвящена исследованию методов генерации запутанных фотонных состояний, основанных на излучении одиночных полупроводниковых квантовых точек (КТ) в системе материалов InAlGaAs. Работа состоит из следующих разделов:

- Введение, содержащее обоснование актуальности тематики исследования и описание достигнутых в мире результатов в исследуемой области.
- Глава 1: «Исследование биэкситонного каскада излучения КТ». В данной главе обсуждаются достигнутые экспериментальные результаты по наблюдению коррелированного излучения фотонных пар при каскадном излучении InAs / GaAs КТ и рассматривается возможность генерации вырожденных запутанных пар фотонов в двухфотонном процессе излучения двукратно возбуждённой КТ.
- Глава 2: «Анализ спиновой динамики и спин-фотонного запутывания в заряженной КТ». В данной главе описаны результаты экспериментов по исследованию спиновой динамики локализованных в КТ носителей заряда, определяющей возможность генерации кластерных состояний, и продемонстрировано впервые обнаруженное влияние плоскости поляризации возбуждающего КТ света на степень запутанности излучаемых фотонов со спином резидентного носителя заряда.
- Заключение
- Апробация работы
- Список литературы

### Введение

Активно развивающиеся в настоящее время технологии квантовых вычислений и квантовой криптографии могут быть реализованы на различных физических принципах, и одним из наиболее перспективных подходов на сегодняшний день представляется их оптическая реализация, в которой кубиты кодируются одиночными фотонами [1]. Источники одиночных фотонов (ИОФ) могут быть изготовлены на основе одиночных квантовых излучателей (отдельных атомах, дефектах или примесях в кристаллах, молекулах, КТ), на основе эффектов спонтанного параметрического рассеяния или четырёхволнового смешения [2], однако наиболее развитой платформой, на которой удаётся достигнуть одновременно высокой яркости, однофотонной фотонов чистоты И неразличимости генерируемых являются полупроводниковые A3B5 КТ, внедряемые для уменьшения времени жизни излучающего состояния и увеличения эффективности вывода света в различные микрорезонаторные структуры [3]. Ряд подходов к реализации оптических квантовых вычислений, однако, использует запутанность фотонов между собой [4, 5] и требует не только наличия ИОФ, но и источников запутанных фотонных пар, а в некоторых случаях – для реализации схемы квантовых вычислений, основанной на измерениях (measurement-based quantum computer) [6] – создания специальных многофотонных запутанных состояний, называемых кластерными. Технологии изготовления подобных источников разработаны на сегодняшний день значительно слабее, чем технологии однофотонной генерации. Так как к источникам запутанных фотонов для их практической применимости предъявляются, как и к ИОФ, требования по яркости генерации, однофотонной чистоте отдельных фотонов в многофотонном запутанном состоянии и неразличимости этих фотонов, актуальной задачей является развитие методов генерации запутанных фотонных пар и многофотонных запутанных состояний с использованием

развитой технологической платформы создания ИОФ на основе полупроводниковых КТ.

Для генерации запутанных фотонных пар при излучении одиночных КТ может использоваться излучение двукратно возбуждённого (биэкситонного) состояния КТ, в котором в КТ локализованы две электрон-дырочные пары [7]. Их последовательная рекомбинация приводит к биэкситонному каскаду излучения, в котором последовательно испускаются два фотона с различными энергиями, а КТ переходит из биэкситонного состояния  $|XX\rangle$  в основное состояние  $|g\rangle$  через одно из двух экситонных состояний  $|X_H\rangle$  или  $|X_V\rangle$  с одной электрон-дырочной парой (рис. 1). Эти два фотона при определённых условиях могут оказываться запутаны по поляризации.



Рисунок 1. Схема уровней и переходов в биэкситонном каскаде излучения КТ.

Энергии фотонов в данном процессе различаются на энергию связи биэкситона E<sub>B</sub> с типичным значением для InAs / GaAs KT порядка 1 мэB, которая обычно положительна, что соответствует наблюдению биэкситонной (XX) линии излучения, соответствующей переходу  $|XX\rangle \rightarrow |X\rangle$ , на несколько большей (X) длине волны, чем экситонной линии излучения, соответствующей переходу  $|X\rangle \rightarrow |g\rangle$ . Для генерации запутанных фотонов в процессе существенно промежуточное  $|X\rangle$  состояние КТ. В данном высокосимметричных КТ состояния светлого экситона  $|X_+\rangle$  и  $|X_-\rangle$  с полным спином +1 и -1 являются собственными состояниями гамильтониана и вырождены по энергии. Однако в общем случае за счёт анизотропии формы и напряжений в КТ собственным состояниями гамильтониана соответствуют

расщеплённые по энергии состояния  $|X_{H}\rangle$  или  $|X_{V}\rangle$ , переходы через которые соответствуют испусканию линейно-поляризованных фотонов [8]. В этом случае наблюдаемые экситонная и биэкситонная линии излучения КТ будут дополнительно расщеплены, с характерной энергией расщепления  $\Delta_{FSS}$  на два порядка меньше энергии связи биэкситона. Было показано, что в случае малого расщепления экситонного состояния в сравнении с однородной шириной линий излучения, определяемой временами жизни излучающих состояний, испускаемые в биэкситонном каскаде излучения фотоны в двух линиях излучения оказываются поляризационно запутаны между собой [7]. При большем расщеплении каждая отдельная излучённая и задетектированная пара фотонов может быть описана максимально запутанным двухфотонным состоянием с флуктуирующей фазой [9], приводящей к отсутствию наблюдаемой запутанности для всего статистического ансамбля излучаемых фотонных пар, что делает эти запутанные состояние неприменимыми на практике. Таким образом, одной принципиальной проблемой данного подхода к реализации источника запутанных фотонов является контроль расщепления экситонного состояния КТ.

Вторая проблема, препятствующая достижению высокой яркости генерации запутанных фотонных пар и неразличимости этих фотонов, связана с необходимостью применения для их достижения микрорезонаторных структур, обеспечивающих эффективный выход света, испускаемого КТ, и малое время жизни излучающего состояния КТ за счёт эффекта Парселла [3]. Высокий фактор Парселла, достигающий величин порядка 10, обычно реализуется в подобных микрорезонаторных структурах за счёт высокой добротности микрорезонатора, соответствующей малой ширине резонансной моды *Δ<sub>cavity</sub>* ≈ 100 мкэВ, которая, будучи существенно меньше энергии связи биэкситона, не позволяет совместить моду микрорезонатора с обеими ЛИНИЯМИ биэкситонного каскада излучения. На сегодняшний день предложены три подхода к этой проблеме: изготовление микрорезонаторов с

относительно низкой добротностью, но высоким фактором Парселла за счёт чрезвычайно малого объёма моды [10], изготовление многомодового резонатора, у которого две различные моды совмещены с линиями излучения КТ [11], и изготовление микрорезонаторов с одной высокодобротной модой, равно отстроенной от обеих линий каскадного излучения, и обеспечивающей увеличение вероятности прямого перехода  $|XX\rangle \rightarrow |g\rangle$  с испусканием двух вырожденных поляризационно-запутанных фотонов [12, 13]. При этом последний подход рассматривался исключительно в теоретических работах и не был реализован экспериментально, а во втором подходе использовалась лишь надбарьерное возбуждение КТ, не позволяющее избирательно возбуждать её  $|XX\rangle$  состояние, хотя в опубликованных ранее работах было показано, что для эффективной генерации запутанных фотонных пар и детерминированного приготовления КТ в  $|XX\rangle$  состоянии необходимо использовать двухфотонное возбуждение [14], попадающее, однако, для подобных структур в стоп-зону микрорезонатора.

В главе 1 данной работы представлены результаты исследования биэкситонного каскада излучения образцов с InAs/GaAs KT в микроколонках с распределёнными брэгговскими отражателями (РБО), изготовленных сотрудниками лаборатории квантовой фотоники в ФТИ им. Иоффе. Представленные результаты оптических измерений демонстрируют возможность двухфотонного возбуждения в стоп-зоне, и показывают перспективность экспериментального развития третьего пути, основанного на генерации вырожденных фотонных пар, одновременно с рассмотрением технических и принципиальных сложностей, связанных с генерацией запутанных фотонов в биэкситонном каскаде излучения.

Другой подход к генерации запутанных фотонов, причём не только фотонных пар, но и многофотонных кластерных состояний, был заложен теоретически в работе Линднера и Рудольфа [15] в 2009 году, и основан на последовательном излучении фотонов заряженной КТ, в которой проекция

спина возбуждённого состояния на направление излучения (ось z) определяет циркулярную поляризацию излучаемого фотона. В случае, если в момент излучения спин в КТ перпендикулярен направлению излучения, поляризация излучаемого фотона оказывается запутанной со спином остающегося в КТ резидентного носителя заряда. Последовательное запутывание фотонов со носителя позволяет реализовать спином резидентного многофотонное запутанное состояние, которое, как было показано в [15], может быть именно кластерным состоянием в случае организации прецессии резидентного спина между актами возбуждения-излучения на четверть периода. Принципиально данная схема была впервые реализована в 2016 году в работе [16], где в качестве запутывающего фотоны спина вместо резидентного носителя в заряженной КТ использовался тёмный экситон со спином ±2 в нейтральной KT. Ланный метол. однако. не позволил добиться неразличимости фотонов, и не был воспроизведён в других работах. испускаемых Препятствием к реализации исходной схемы с заряженной КТ долго оставалась сложность когерентного возбуждения излучающего состояния КТ без поляризационной фильтрации её излучения, обычно применяемого при резонансной накачке и препятствующего исследованию и применению поляризационных свойств излучаемых фотонов. Толчком к дальнейшему развитию стала реализация когерентного квазирезонансного возбуждения с испусканием продольных акустических фононов [17], при котором энергия возбуждающего лазера отстроена от энергии перехода КТ на 1 – 2 нм. После этого в 2023 году вышла статья демонстрирующая возможность исследования спиновой динамики в одиночной КТ в микрорезонаторе при данном методе возбуждения [18], в которой также был предложен оригинальный метод исследования спиновой динамики резидентного носителя заряда, ориентированного проективным измерением излучённого КТ фотона, основанный на измерении кросс-корреляционной функции второго порядка циркулярно-поляризованными между ортогонально компонентами фотолюминесценции (ФЛ) КТ. В данной статье было показано, что время

спиновой релаксации в положительно заряженных одиночных InAs/GaAs KT достаточно велико для генерации кластерных состояний, после чего в работе [19] было продемонстрировано наличие запутанности между излучаемыми фотонами. Также на основе измерения запутанности коротких кластерных состояний была показана возможность генерации и достаточно длинных кластеров до 10 фотонов [20].

В главе 2 данной работы приведены результаты измерений спиновой динамики в структурах с InAs/GaAs KT, изготовленных в ФТИ им. Иоффе. Измерения, выполненные автором данной работы совместно с А.И. Галимовым и М.В. Рахлиным, и их анализ, проведённый совместно с Д.С. Смирновым и Н.В. Леппененым, позволили не только установить характер спиновой динамики в конкретной КТ, но и выявить не упоминавшийся до того в литературе эффект существенного влияния поляризации возбуждения на степень запутанности поляризации излучаемых фотонов и спина резидентного носителя в КТ, а также оценить влияние этого эффекта на схожесть генерируемых за счёт этой запутанности многофотонных запутанных состояний с идеальным кластерными состояниями.

## Глава 1. Исследование биэкситонного каскада излучения КТ

Основные результаты в рамках данного исследования были получены на образце, технология изготовления которого, подробнее описанная в работе [21], основана на росте методом молекулярно-пучковой эпитаксии гетероструктуры с 25(15) парами слоёв GaAs/AlGaAs в нижнем (верхнем) РБО и λ-слоем GaAs между РБО, содержащем InAs КТ. На полученной планарной структуре формировались массивы микроколонок диаметром от 0,8 до 2,5 мкм помощью фотолитографии и реактивного ионного травления. При с проведении оптических измерений в конфокальной схеме образец находился в криостате и охлаждался до 8 К. ФЛ конкретной микроколонки возбуждалась перестраиваемым Ti:Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> импульсным лазером через микрообъектив, который одновременно служил и для сбора сигнала ФЛ. Для фильтрации отражённого и рассеянного лазерного излучения на пути детектирования при когерентной накачке применялась схема кросс-поляризационной фильтрации, после которой спектр ФЛ детектировался с помощью двойного спектрометра с ПЗС-матрицей. При проведении измерений с временным разрешением исследуемая линия выделялась в спектре ФЛ с помощью полосового интерференционного фильтра с шириной полосы пропускания 0,4 нм, который также позволял дополнительно отсечь отражённое от поверхности образца лазерное излучение случае двухфотонной накачки. Статистика В детектирования фотонов измерялась помощью сверхпроводящего с однофотонного детектора и электронной старт-стоп схемы. Использование лазера галогеновой лампы, сфокусированной вместо на вершине микроколонки, позволило измерять спектры отражения.

Для исследования биэкситонного каскада излучения был осуществлён перебор надбарьерном возбуждении микроструктур при С поиском микрорезонаторов, демонстрирующих линий ΦЛ одной KT. пару соответствующих биэкситонному каскаду излучения. Для идентификации



Рисунок 2. ФЛ микроструктуры при надбарьерном возбуждении при температуре 8 К. (а) – неполяризованный спектр ФЛ при мощности возбуждения 160 нВт (1) и поляризованные спектры (2 – в V поляризации, 3 – в Н) при мощности возбуждения 105 нВт. (б) – зависимости интенсивностей X и XX линий ФЛ от мощности возбуждения. (в) – наблюдаемые смещения положения X и XX линий относительно их среднего положения  $\Delta \lambda = \lambda(\theta) - \lambda_{cp}$  при изменении угла измеряемой линейной поляризации  $\theta$  от горизонтали.

линий проводились измерения спектров при различных мощностях возбуждения и в различных линейных поляризациях (рис. 2a), и в случае линий наблюдения расщеплённых (сдвигающихся при изменении поляризации), с меняющимся в зависимости от мощности соотношением интенсивностей, детально анализировались их мощностные характеристики и расщепление. Мощностные характеристики линий исследованной далее структуры представлены на рис. 26 и отчётливо демонстрирует в области до насыщения линейную зависимость интенсивности от мощности возбуждения для более коротковолновой линии, и быстрее растущую квадратичную зависимость – для длинноволновой линии, что позволяет идентифицировать из как X линию и XX линию соответственно. Расщепление линий на две линейно-поляризованные компоненты для данной структуры оказалось достаточно мало, позволило напрямую разрешить что не ИХ В неполяризованном спектре (рис. 2a) в силу недостаточного спектрального разрешения установки с двойным спектрометром. Данное расщепление и его симметричность, однако, были надёжно установлены за счёт исследования

зависимости наблюдаемого положения линии в поляризованном спектре от поворота плоскости детектируемой поляризации. Представленное на рис. 2*в* смещение линий относительно их среднего положения при полном повороте полуволновой пластинки на пути детектирования показывает симметричное смещение линий и позволяет оценить расщепление экситонного состояния  $\Delta_{FSS} \approx 21$  мкэВ.

Для дальнейшего исследования выделенного объекта с наблюдаемыми линиями каскадного излучения было определено положение оптической моды микрорезонатора за счёт измерения спектра отражения, показанного на рис. 3. Сопоставление спектра отражения со спектром ФЛ позволило установить, что широкий пик ФЛ соответствует положению моды микрорезонатора, проявляющейся в виде провала в спектре отражения шириной около 200 пм, что соответствует добротности моды Q = 4600. Наличие при надбарьерном возбуждении широкого пика в спектре ФЛ, предположительно связанного с присутствием слабого фонового сплошного спектра ФЛ, избирательно усиливаемого в моде, позволило в последующих экспериментах определять положение моды без измерения спектров отражения.

Надбарьерная накачка, использовавшаяся при первичном исследовании структуры, неэффективна для потенциальной генерации запутанных фотонных пар в силу того, что захват электрон-дырочных пар из матрицы приводит к излучению фотонов в X и XX линиях ФЛ и вне каскадного процесса. В работах по генерации запутанных фотонных пар в биэкситонном каскаде излучения КТ, не помещённых в высокодобротный микрорезонатор, была показана эффективность двухфотонного возбуждения, при котором КТ переходит непосредственно из основного в биэкситонное состояние при поглощении двух фотонов с энергией, симметрично отстроенной от энергии экситонного и биэкситонного переходов [10, 14]. Данный метод не был реализован для КТ в высокодобротных микрорезонаторах [11], что, вероятно, связано с высоким коэффициентом отражения структуры на длине волны



Рисунок 3. Спектр отражения исследуемой структуры (по левой оси) в сопоставлении со спектром  $\Phi Л$  при надбарьерном возбуждении I( $\lambda$ ) (по правой оси). (1) – мода микрорезонатора, наблюдаемая в обоих спектрах.

возбуждения между X и XX линиями ФЛ (рис. 3). В рамках проведённого исследования реализовать резонансное возбуждение  $|X\rangle$  состояния КТ и двухфотонное возбуждение |XX) состояния удалось лишь при высокой мощности возбуждения, при которой кросс-поляризационная схема отражённого фильтрации лазерного света позволяла не полностью отфильтровать его из измеряемого спектра ФЛ, что, тем не менее, показывает принципиальную возможность реализации двухфотонного возбуждения в подобных структурах. При данных режимах возбуждения широкий пик ФЛ в моде микрорезонатора не наблюдался (рис. 4a), что позволяет утверждать, что он не связан с ФЛ исследуемой КТ. Спектр ФЛ при двухфотонном возбуждении, показанный на рис. 4*a*, демонстрирует существенное различие в биэкситонного линий каскада. Данное различие, не интенсивностях наблюдаемое обычно при данном методе возбуждения в силу каскадной природы процесса, в котором количество переходов между  $|XX\rangle$  и  $|X\rangle$ состояниями совпадает с количеством переходов между |Х состоянием и KТ, демонстрирует существенное основным состоянием влияние микрорезонатора на процесс излучения. Одной из причин подобного дисбаланса может быть меньшая эффективность вывода и сбора излучения на длине волны X линии, дальше отстроенной от моды микрорезонатора, чем XX линия; другая же причина была обнаружена при исследовании кинетики излучения  $|XX\rangle$  и  $|X\rangle$  состояний КТ.



Рисунок 4. ФЛ микроструктуры при когерентном возбуждении при температуре 8 К. (а) – спектр ФЛ при двухфотонном возбуждении (1 – отражённое и рассеянное лазерное излучение). (б) – кривая затухания Х линии ФЛ при её резонансном возбуждении, (в) – кривые затухания линий излучения каскада при двухфотонном возбуждении ФЛ. На графиках (б) и (в)  $C_N$  – нормированное на максимум число зарегистрированных фотонов в момент времени *t*; пунктирными линиями показаны аппроксимирующие кривые.

Для исследования кинетики были измерены кривые затухания ФЛ Х линии при её резонансном возбуждении (рис.  $4\delta$ ) и обеих линий каскадного излучения при двухфотонном возбуждении (рис. 4в). На рис. 4б при резонансном возбуждении наблюдается пик интенсивности на малых временах, связанный с неполной фильтрацией отражённого лазерного излучения, интенсивность которого велика в силу высокого коэффициента отражения структуры на данной длине волны, и осциллирующее поведение, связанное с квантовыми биениями расщеплённого экситонного состояния КТ [22]. Аналогичный пик виден и на рис. 4в для кривой затухания Х линии, демонстрирует слабо осциллирующее которая также поведение, предположительно связанное с тем, что при высокой мощности накачки Х линия частично возбуждалась резонансно широким спектральным хвостом лазерного излучения в коротковолновой области. Выполненная с учётом этих особенностей аппроксимация хорошо описывает экспериментальные данные,

как видно на рис. 46 и 4*в*, и позволяет определить с высокой точностью расщепление  $\Delta_{FSS} = 20.5$  мкэВ, долю интенсивности ФЛ X линии, обусловленную побочным резонансным возбуждением (17 %) и времена жизни  $|XX\rangle$  и  $|X\rangle$  состояний КТ, равные  $\tau_{XX} = 96$  пс и  $\tau_X = 640$  пс соответственно. Обнаруженная разница времён жизни может быть обусловлена разницей факторов Парселла для исследуемых линий, связанной с их различной спектральной отстройкой от моды микрорезонатора. При этом большее время жизни  $|X\rangle$  состояния подразумевает большее влияние безызлучательных процессов, уменьшающих интенсивность ФЛ данной линии, и также объясняет дисбаланс интенсивностей этих линий в условиях двухфотонного возбуждения.

Наиболее интересные, но не до конца интерпретированные результаты структуры исследовании данной были при получены ИЗ анализа температурных характеристик ФЛ. Полученные зависимости положения и интенсивности линий ФЛ от температуры показаны на рис. 5а и демонстрируют возможность подстройки обеих линий ФЛ в моду микрорезонатора при повышении температуры, а также показывают немонотонное изменение интенсивности ФЛ в моде микрорезонатора: данная интенсивность достигает максимума при температуре 42 К, при которой линии каскадного излучения КТ оказываются расположены симметрично с двух сторон от моды. Согласно теоретическим работам [12, 13] подобное расположение моды высокодобротного микрорезонатора на длине волны двухфотонного перехода может приводить к увеличению вероятности прямого перехода КТ из  $|XX\rangle$  в основное состояние, при котором излучается пара вырожденных запутанных фотонов в моду микрорезонатора. В случае реализации подобного процесса, данное излучение в моду должно усиливать ΦЛ наблюдается интенсивность В В полученных моде, что И экспериментальных данных – рис. 56 демонстрирует отчётливый максимум интенсивности ФЛ моды при нулевой отстройке положения моды от энергии



Рисунок 5. Температурные характеристики ФЛ при надбарьерном возбуждении. (а) – зависимость положения и интенсивности линий ФЛ от температуры, интенсивность показана цветом; (б) – полученный из анализа температурных зависимостей график интенсивности ФЛ в моде микрорезонатора Icavity, как функция отстройки резонансной энергии моды  $E_{cavity}$  от энергии двухфотонного перехода  $E_{TPE}$ :  $\Delta E = E_{cavity} - E_{TPE} =$  $E_{cavity} - \frac{1}{2}(hv_X + hv_{XX})$ , где  $hv_X$  и  $hv_{XX}$  – энергии фотонов X и XX линий соответственно. двухфотонного процесса. С другой стороны, как было показано выше, при низкой температуре (8 К), широкий пик ФЛ не связан с излучением КТ. Провести аналогичный эксперимент по наблюдения этого пика при когерентной накачке при 42 К, который позволил бы однозначно установить, связано ли увеличение интенсивности ФЛ моды с двухфотонным излучением КТ, не представлялось возможным, так как двухфотонное возбуждение и двухфотонное излучение происходят на одной длине волны, а добиться полной фильтрации лазерного излучения на пути детектирования в силу его высокой мощности не удалось. Таким образом, замеченная особенность температурных зависимостей ФЛ исследуемой структуры может быть связана теоретически c предсказанным процессом генерации вырожденных запутанных фотонных пар, но не демонстрирует его напрямую. Дальнейшее данного вопроса представляет интерес и может быть исследование осуществлено при более полной фильтрации лазерного излучения, либо за счёт реализации двухцветной накачки, при которой биэкситонное состояние будет возбуждаться при каскадном поглощении фотонов с энергиями экситонной и биэкситонной линий.

# Глава 2. Анализ спиновой динамики и спин-фотонного запутывания в заряженной КТ

Во второй части работы проводились оптические исследования структуры, аналогичной описанной в предыдущей главе (рис. 6а), однако демонстрирующей одиночную линию ФЛ, идентифицированную как линия излучения трионного состояния КТ по отсутствию осцилляций при резонансном возбуждении [22]. Как было установлено в результате анализа проведённых измерений, излучающее состояние данной КТ является отрицательно заряженным трионом, содержащим два электрона и дырку. Соответствующая данному излучающему состоянию схема уровней и переходов показана на рис. 6г, и демонстрирует прямую связь спина возбуждённого носителя заряда (дырки) и степени циркулярной поляризации излучаемых фотонов. Для исследования поляризационных свойств ФЛ была использована оптическая схема, аналогичная описанной в предыдущем разделе, однако вместо кросс-поляризационной фильтрации лазера при когерентной накачке применялась спектральная фильтрация полосовыми интерференционными фильтрами, возможная благодаря применению возбуждения с испусканием LA-фононов, отстроенного от исследуемой линии на  $\Delta_{LA} \approx 1,7$  мэВ. Это позволило выделять для исследования право циркулярную и лево циркулярную ( $\sigma^+$  и  $\sigma^-$ ) компоненты  $\Phi\Pi$  с помощью поляризатора и пары волновых пластинок на пути детектирования, либо же делить сигнал ФЛ на две соответствующие компоненты с применением вместо поляризатора поляризующего светоделителя. При проведении экспериментов с приложением магнитного поля использовалось калиброванное по датчику Холла поле постоянных магнитов с регулируемым расстоянием между ними. Юстировка оптической схемы и проведение экспериментов были выполнены автором совместно с А.И. Галимовым и М.В. Рахлиным, а дальнейший анализ – совместно с Д.С. Смирновым и Н.В. Леппененым.



Рисунок 6. (а) – СЭМ изображение исследуемой микроструктуры. (б) – Кривые затухания поляризованной ФЛ при  $\sigma^-$  поляризованном импульсном возбуждении в магнитном поле 195 мТ, приложенном поперечно – в плоскости образца. (в) – Степень циркулярной поляризации ФЛ, вычисленная из данных, представленных на панели (б). (г) – схема уровней и переходов отрицательно заряженной КТ. (д) – Зависимость Ларморовской частоты прецессии спина тяжёлой дырки от величины поперечного магнитного поля. (е) – Степень циркулярной поляризации ФЛ, аналогичная (в), но в магнитном поле 183 мТ, приложенном под углом 63° к оси z, перпендикулярной плоскости образца.

Прямая связь степени циркулярной поляризации ΦЛ (DoP) c псевдоспином тяжёлой дырки  $J_z$ , которая может быть записана, как DoP = 2. *J<sub>z</sub>* (·100 %), позволяет исследовать спиновую динамику дырки, измеряя кривые затухания поляризованной ФЛ при циркулярно-поляризованном импульсном возбуждении, ориентирующем спин тяжёлой дырки (рис. 6г). Данные измерения были проведены в нулевом поле, в поперечном магнитном поле в геометрии Фойгта, и при одном значении поля в наклонной геометрии при направлении поля под углом  $\theta_B = 63^\circ$  от оси z (см. вставку на рис. 6*e*). Вид получаемых кривых затухания при приложении магнитного поля в плоскости образца показан на рис. 66, на котором суммарная интенсивность ФЛ демонстрирует моноэкспоненциальное затухание, а непосредственно измеряемые кривые затухания поляризованной ФЛ осциллируют за счёт ларморовской прецессии спина дырки в поперечном магнитном поле.

Практически идеальная аппроксимация экспериментальных данных, показанная на рисунке, может быть достигнута без учёта спиновой релаксации, что свидетельствует о том, что время спиновой релаксации тяжёлой дырки  $T_{HH}$  намного превосходит время жизни трионного состояния КТ  $\tau$ , равное 370 пс. Аккуратный анализ позволяет определить нижнюю границу  $T_{HH} > 15 \cdot \tau$ . Полученная по этим кривым затухания зависимость степени циркулярной поляризации от времени, представленная на рис. 6*в*, позволяет наглядно наблюдать прецессию спина и определять частоту ларморовской прецессии, зависимость которой от величины магнитного поля (рис. 6*d*) даёт значение поперечного g-фактора дырки  $g_h^{\perp} = 0.30$ .

Измерение спиновой динамики в более слабом наклонном магнитном поле под углом  $\theta_B = 63^\circ$  (рис. 6e) показало существенно большую частоту прецессии с малой амплитудой осцилляций, что соответствует значительно меньшему углу отклонения вектора прецессии спина дырки от оси  $z \theta_{\Omega} \approx 14^\circ$ , чем угол отклонения магнитного поля. Такой результат свидетельствует о существенной анизотропии g-фактора прецессирующего неспаренного возбуждённого носителя заряда, за счёт чего он и был идентифицирован как дырка, позволив определить знак заряда KT. Наблюдаемая картина прецессии при это хорошо аппроксимируется (рис. 6e) при вычислении вектора прецессии из вектора магнитного поля с использованием определённого ранее значения поперечного g-фактора, и значением продольного g-фактора  $g_h^{\parallel} = -2.3$ , где знак был выбран отрицательным исходя из типичных значений для InAs KT [23].

Для исследования спиновой динамики резидентного носителя заряда – электрона – были проведены измерения кросскорреляционной функции второго порядка  $g^{(2)}(t)$  между ортогонально поляризованными компонентами ФЛ при непрерывном линейно-поляризованном возбуждении КТ. Рис. 7*а* показывает принципиальное отличие  $g^{(2)}$ -функции для циркулярнополяризованных компонент ФЛ от аналогично измеренной  $g^{(2)}$ -функции для



Рисунок 7. (а) – Кросскорреляционная функция между ортогонально поляризованными компонентами ФЛ при линейно-поляризованном непрерывном возбуждении КТ с испусканием LA-фононов в нулевом магнитном поле. (б) – Кросскорреляционная функция между циркулярно-поляризованными компонентами ФЛ в поперечном магнитном поле. Та же кривая по правой оси показывает примерную спиновую динамику электрона, частота прецессии которого в зависимости от индукции магнитного поля показана на вставке. (в) – Динамика спина электрона после его ориентации проективным измерением первого фотона (схема ориентации показана на вставке). Экспериментальный данные  $s_z(t)$  получены из панели (а). (г) — Схема модели, используемой для анализа корреляционных функций.

линейно-поляризованных компонент в нулевом магнитном поле. Для анализа данных функций удобно интерпретировать их согласно принципу их измерения – накоплению статистики событий детектирования двух фотонов с измеряемым временем задержки между ними (см. вставку на рис. 7а). Гистограмма количества двухфотонных событий с различными временами задержки и является с точностью до нормировки корреляционной функцией второго порядка. Количество событий с определённым временем задержки t пропорционально, таким образом, условной вероятности детектирования второго фотона в момент времени t, при условии, что в нулевой момент времени был задетектирован первый фотон с ортогональной поляризацией. В случае проведения измерений между линейно поляризованными компонентами ФЛ, детектирование первого фотона означает лишь, что в условный нулевой момент времени произошёл переход в основное состояние заряженной КТ. После этого вероятность детектирования второго фотона

пропорциональна заселённости возбуждённого состояния, равной нулю после излучения первого фотона, и экспоненциально растущей до равновесного значения при непрерывной накачке на масштабе времени жизни. Данный экспоненциальный рост и определяет вид  $q^{(2)}$ -функции для линейнополяризованных компонент ФЛ. В циркулярном базисе детектирование первого фотона с  $\sigma^+$  поляризацией означает, что он был излучён при переходе КТ в состояние с резидентным электроном со спином вверх. В результате исследуемый статистический ансамбль событий соответствует полностью ориентированному в условный нулевой момент времени спину электрона. Схема данного процесса ориентации, происходящего за счёт проективного измерения излучённого фотона в циркулярном базисе, показана на вставке на рис. 7в. Для дальнейшего же излучения и детектирования второго фотона должен произойти переход между уровнями с противоположно направленным спином. Таким образом, увеличение ширины провала около нулевого момента времени в  $q^{(2)}$ -функции в циркулярном базисе связано с тем, что для детектирования второго фотона должен произойти переворот спина. Значения  $g^{(2)}$ -функции, определяемые условной вероятностью излучения второго  $\sigma^$ фотона, легко оценить в упрощённой модели бесконечно малого времени жизни возбуждённого состояния  $\tau \to 0$ . Данная вероятность пропорциональна заселённости возбуждённого состояния со спином вниз, а значит при  $\tau \to 0$ пропорциональна и заселённости основного состояния со спином электрона, направленным вниз, что приводит к выражению:

$$g^{(2)}(t) = 1 - 2 \cdot s_z(t), \tag{1}$$

где  $s_z$  – проекция спина электрона – может быть таким образом напрямую вычислена из измеренной  $g^{(2)}$ -функции. Данная модель хорошо применима к случаю нулевого магнитного поля, так как т по меньшей мере в 15 раз меньше, чем время спиновой релаксации дырки в возбуждённом состоянии КТ. Вычисленная согласно (1) зависимость спина электрона от времени, показанная на рис. 7*6*, имеет немонотонный характер, хорошо описывающийся

моделью релаксации спина во флуктуирующем поле ядер в КТ [24] с характерным временем  $T_2^* = 1,6$  нс и временем продольной экспоненциальной релаксации  $T_1 = 10$  нс. Малое время спиновой релаксации электрона показывает малую применимость отрицательно заряженных КТ для генерации кластерных состояний, которые, однако, могут быть сгенерированы с использованием КТ с положительным зарядом [18, 19].

Проведение аналогичных кросскорреляционных измерений в магнитном поле (рис. 7б) позволило определить частоту Ларморовской прецессии электрона и его g-фактор  $g_e = -0,4$ , знак которого был определён исходя из типичного значения для InAs КТ [25]. При наличии магнитного поля прецессия спина дырки может происходит на масштабе времён, сопоставимом со временем  $\tau$ , что делает модель  $\tau \to 0$  и уравнение (1), согласно которому отмечены примерные значения спина электрона по правой оси на рис. 76, применимыми лишь качественно. Количественно точное описание  $g^{(2)}$ функции было построено в рамках рассмотрения более точной модели, схематически отображённой на рис. 7г, и учитывающей динамику спина электрона, ориентированного проективным измерением, В течение произвольного времени  $t_1$ , акт возбуждения, в котором спин дырки наследует тем или иным образом спин резидентного электрона, и дальнейшую прецессию спина дырки в течение оставшегося времени  $t_2$  до момента была использована для излучения. Данная модель аппроксимации экспериментальных данных, и показала хорошее соответствие с ними.

Помимо спина электрона, исследование и анализ  $g^{(2)}$ -функций позволили оценить зависимость степени запутанности (concurrence) поляризации излучаемого в момент времен t фотона с остающимся в КТ спином резидентного носителя заряда. Согласно работе [26], степень запутанности C(t) связана с поперечной компонентой спина излучающего состояния, в данном случае определяемого псевдоспином дырки  $J_{\perp}$ , как:

$$\mathcal{C}(t) = \frac{2 \cdot |\mathsf{J}_{\perp}(t)|}{\mathsf{n}_{tr}(t)},\tag{2}$$

где  $n_{tr}$  – общая заселённость трионного состояния. В рамках рассмотренной выше модели  $\tau \to 0$ , данное выражение может быть приведено к виду

$$\mathcal{C}(t) = \frac{2 \cdot |J_{\perp}|}{n_{tr}} \approx 2 \cdot |s_{\perp}| \approx 2 \cdot \frac{|\dot{s}_{z}|}{\Omega_{e}} \approx \frac{|\dot{g}^{(2)}(t)|}{\Omega_{e}}, \tag{3}$$

где  $\Omega_e$  – частота прецессии электрона, которая может быть напрямую определена из  $g^{(2)}$ -функции, как частота наблюдаемых в ней осцилляций. Выражение (3), позволяет проводить простую качественную оценку степени запутанности, тогда как более точные значения могут быть получены в соответствии с уравнением (2) из значений  $J_{\perp}$ , определяемых при аппроксимации  $g^{(2)}$ -функции.

На рис. 8*a*, 8*б* приведены  $g^{(2)}$ -функции, полученные при линейной поляризации возбуждения вдоль различных плоскостей спайности (границ выколотого образца), соответствующих кристаллографическим направлениям (110) и (110). Отчётливо видимое различие между этими корреляционными функциями связано с поляризационно-зависимым наследованием спина электрона спином дырки при возбуждении, приводящем к тому, что в одном случае прецессия спина дырки частично компенсирует происходившую до возбуждения прецессию электрона, а в другом случае – дополняет её. При этом момент возбуждения КΤ флуктуирует В статистическом ансамбле детектируемых событий, дающих вклад в значение  $g^{(2)}(t)$ , на масштабе времени жизни, и его флуктуации существенно уменьшают наблюдаемый средний спин дырки к моменту t, если прецессия спина дырки компенсирует прецессию электрона. Аккуратный анализ зависимости  $g^{(2)}$ -функции от направления поляризации и магнитного поля был проведён теоретически Д.С. Смирновым и позволил установить, что наблюдаемое поведение хорошо объясняется модели экстремально анизотропного В гамильтониана взаимодействия дырки в КТ с магнитным полем [], определяющим характер её прецессии и объясняющим большое значение поперечного g-фактора  $g_h^{\perp} = 0.3$ в сравнении с характерными значениями g-фактора в квантовых ямах [].



Рисунок 8. (а, б) –  $g^{(2)}$  функция в поперечном магнитном поле 303 mT при направлении линейной поляризации возбуждения вдоль (а) и перпендикулярно (б) одной из границ образца. (в, г) — Степень запутанности спин-фотонного состояния для фотонов, излучаемых в момент времени t после проективного измерения. Значения вычислены по данным с панелей (а) и (б). (д) — Зависимость теоретически достижимой схожести (fidelity) 5-фотонного кластерного состояния, генерируемого на положительно заряженной КТ от направления поляризации возбуждения.

Наиболее практически значимым результатом, однако, является факт зависимости достижимой степени запутанности, вычисленной по корреляционным функциям и приведённой на рис. 86, 8г, от направления поляризации возбуждения. Данная зависимость не анализировалась в литературе до того, и может оказывать существенное влияние на генерацию кластерных состояний в реальных системах с конечным отношением времени времени спиновой релаксации резидентного носителя ко жизни возбуждающего состояния. Для оценки возможного влияния Д.С. Смирновым был выполнен теоретический расчёт достижимой схожести (fidelity) 5фотонного кластерного генерируемого состояния, на положительно заряженном трионном состоянии КТ с тем же характером взаимодействия тяжёлой дырки с магнитным полем, с идеальным 5-фотонным кластерным состоянием, показывающий, что, даже при подборе оптимального магнитного поля, выбор неудачного направления плоскости поляризации может привести к уменьшению схожести примерно на 30%, а также что для подобной системы устойчивый оптимум схожести наблюдается при ориентации поляризации вдоль одной из плоскостей спайности, под углом 135° к направлению (100).

### Заключение

В рамках выполнения данной работы были проанализированы два подхода к генерации поляризационно-запутанных фотонных состояний. Первый из них, основанный на биэкситонном каскаде излучения КТ, известный сравнительно реализованный давно И рядом групп экспериментально, тем не менее плохо сочетаем с необходимостью обеспечения высокой яркости источника, достигаемой применением микрорезонаторных структур. Проведённые эксперименты по исследованию каскадного излучения КТ, помещённой в высокодобротный микрорезонатор, возможность принципиальную реализации двухфотонного показали возбуждения биэкситонного состояния на длине волны, попадающей в стопзону микрорезонатора. Исследование температурных характеристик ФЛ позволило выявить увеличение интенсивности ФЛ в оптической моде микрорезонатора при совпадении энергии этой энергией моды с двухфотонного перехода, что может свидетельствовать о реализуемости рассматривавшегося до сих пор лишь теоретически подхода к генерации запутанных вырожденных пар фотонов за счёт двухфотонного перехода биэкситонным основным состояниями незаряженной между И KT. Дальнейшее исследование данного вопроса затруднено сложностью отделения двухфотонного излучения от рассеянного возбуждающего лазера при когерентном возбуждении биэкситонного состояния, и не выглядит целесообразным для исследованной микроструктуры, в силу относительно невысокой интенсивности её ФЛ, а также в силу высокой температуры (42 К), при которой для данной структуры обеспечивается совмещение оптической моды с энергией двухфотонного перехода. Однако развитие данного направления исследований на других образцах может представлять интерес.

Второй подход, основанный на спин-фотонном запутывании для генерации кластерных состояний, выглядит на сегодняшний день более перспективным для дальнейшего практического использования. В рамках

проведённого исследования спиновой динамики в КТ была обнаружена существенная для генерации кластерных состояний зависимость степени получаемой запутанности от поляризации возбуждающего света и найден оптимальный режим возбуждения. С фундаментальной точки зрения также представляет интерес разработанная методика анализа спиновой динамики ориентированного проективным измерением резидентного носителя заряда в КТ, и, в частности, возможность её применение для анализа типа взаимодействия тяжёлой дырки в КТ с магнитным полем. Для исследуемого образца ланное исследование позволило установить экстремально анизотропную природу большого поперечного g-фактора тяжёлой дырки. Однако обнаруженное относительно малое время спиновой релаксации резидентного электрона не позволяет использовать данный образец для генерации кластерных состояний, и продолжение исследований в данном направлении с применением положительно заряженных КТ с резидентной тяжёлой дыркой, обладающей большим временем спиновой релаксации, представляется наиболее перспективным путём для создания практически применимых источников запутанных фотонов.

# Апробация работы

# По теме исследования автором совместно с коллегами были опубликованы

следующие работы:

- 1. Серов Ю. М., Галимов А.И., Торопов А.А. Исследование биэкситонного каскада излучения одиночной квантовой точки InAs/GaAs в высокодобротном микрорезонаторе. ФизикА, СПб, 17-21 октября, 2022 г. Сборник тезисов, стр. 236.
- 2. Серов Ю. М., Галимов А.И., Торопов А.А. Исследование биэкситонного каскада излучения в одиночной квантовой точке InAs/GaAs в высокодобротном микрорезонаторе. 2023. Изв. РАН. Серия физическая, 87 (6).
- Rakhlin M. V., Galimov A. I., Dyakonov I. V., Skryabin N. N., Klimko G. V., Kulagina M. M., Zadiranov Yu. M., Sorokin S. V., Sedova I. V., Guseva Yu. A., Berezina D. S., Serov Yu. M., Maleev N. A., Kuzmenkov A. G., Troshkov S. I., Taratorin K. V., Skalkin A. K., Straupe S. S., Kulik S. P., Shubina T. V., Toropov A. A. Demultiplexed single-photon source with a quantum dot coupled to microresonator. 2023. J. Lumines., V. 253, N. 119496.
- 4. Е. А. Европейцев, **Ю. М. Серов**, Д. В. Нечаев, В. Н. Жмерик, Т. В. Шубина и А. А. Торопов. 2D экситоны в множественных одномонослойных квантовых ямах GaN/AlN. 2021. Письма в ЖЭТФ. 113: 507-513
- Бобров М. А., Блохин С.А., Малеев Н. А., Кузьменков А.Г., Блохин А. А., Васильев А. П., Гусева Ю. А., Рахлин М. В., Галимов А. И., Серов Ю. М., Трошков С. И., Устинов В. М., Торопов А. А. Цилиндрические микрорезонаторы с квантовыми точками InAs/GaAs – моделирование и анализ оптических характеристик. 2022. Письма ЖЭТФ, т.116 (9) 592 – 598.
- 6. А. И. Галимов, Ю. М. Серов, М. В. Рахлин, Д. С. Смирнов, А. А. Торопов. Исследование спиновой динамики электрона и дырки в одиночной InAs/GaAs квантовой точке. 2023. Труды международного симпозиума «Нанофизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, 13-16 марта 2023 г. Т. 2, с. 545-546.
- Galimov, A., Bobrov, M., Rakhlin, M., Serov, Y., Kazanov, D., Veretennikov, A., ... & Toropov, A. Towards Bright Single-Photon Emission in Elliptical Micropillars. 2023. Nanomaterials. 13(9), 1572.

Первая часть работы, посвящённая исследованию биэкитонного каскада, была

представлена автором на конференциях:

- 1. ФизикА, Санкт-Петербург, 17-21 октября 2022 г.
- 2. РКФП, Нижний Новгород, 3-7 октября 2022 г.

Вторая часть работы, посвящённая исследованию спиновой динамики, была представлена на:

- 1. Низкоразмерном семинаре ФТИ 16.01.2023 г.
- 2. Семинаре лаборатории оптики спина в СПбГУ 14.02.2023 г.
- 3. Зимней школе ФТИ, 2-6 марта 2023 г.

#### Список литературы

1. Kok P. et al. Linear optical quantum computing with photonic qubits //Reviews of modern physics.  $-2007. - T. 79. - N_{\odot}. 1. - C. 135.$ 

2. Eisaman M. D. et al. Invited review article: Single-photon sources and detectors //Review of scientific instruments. – 2011. – T. 82. – №. 7. – C. 071101.

3. Senellart P., Solomon G., White A. High-performance semiconductor quantum-dot single-photon sources //Nature nanotechnology. – 2017. – T. 12. – №. 11. – C. 1026-1039.

4. Prevedel R. et al. Photonic entanglement as a resource in quantum computation and quantum communication //JOSA B.  $-2007. - T. 24. - N_{\odot}. 2. - C. 241-248.$ 

5. Gimeno-Segovia M. et al. From three-photon GHZ states to universal ballistic quantum computation. -2015.

6. Briegel H. J. et al. Measurement-based quantum computation //Nature Physics. – 2009. – T. 5.
– №. 1. – C. 19-26.

7. Young R. J. et al. Entangled photons from the biexciton cascade of quantum dots //Journal of applied physics.  $-2007. - T. 101. - N_{\odot}. 8. - C. 081711.$ 

8. Bayer M. et al. Fine structure of neutral and charged excitons in self-assembled In (Ga) As/(Al)
GaAs quantum dots //Physical Review B. – 2002. – T. 65. – №. 19. – C. 195315.

9. Zeuner K. D. et al. On-demand generation of entangled photon pairs in the telecom C-band with InAs quantum dots //ACS photonics.  $-2021. - T. 8. - N_{\odot}. 8. - C. 2337-2344.$ 

10. Wang H. et al. On-demand semiconductor source of entangled photons which simultaneously has high fidelity, efficiency, and indistinguishability //Physical review letters.  $-2019. - T. 122. - N_{\odot}. 11. - C. 113602.$ 

11. Dousse A. et al. Ultrabright source of entangled photon pairs //Nature.  $-2010. - T. 466. - N_{\odot}$ . 7303. - C. 217-220.

12. Schumacher S. et al. Cavity-assisted emission of polarization-entangled photons from biexcitons in quantum dots with fine-structure splitting //Optics express.  $-2012. - T. 20. - N_{\odot}. 5. - C. 5335-5342.$ 

13. Heinze D., Zrenner A., Schumacher S. Polarization-entangled twin photons from two-photon quantum-dot emission //Physical Review B. – 2017. – T. 95. – №. 24. – C. 245306.

14. Müller M. et al. On-demand generation of indistinguishable polarization-entangled photon pairs //Nature Photonics. – 2014. – T. 8. – №. 3. – C. 224-228.

15. Lindner N. H., Rudolph T. Proposal for pulsed on-demand sources of photonic cluster state strings //Physical review letters. – 2009. – T. 103. – №. 11. – C. 113602.

16. Schwartz I. et al. Deterministic generation of a cluster state of entangled photons //Science. –
2016. – T. 354. – №. 6311. – C. 434-437.

17. Thomas S. E. et al. Bright polarized single-photon source based on a linear dipole //Physical review letters. – 2021. – T. 126. – №. 23. – C. 233601.

18. Coste N. et al. Probing the dynamics and coherence of a semiconductor hole spin via acoustic phonon-assisted excitation //arXiv preprint arXiv:2207.05981. – 2022.

19. Coste N. et al. High-rate entanglement between a semiconductor spin and indistinguishable photons //Nature Photonics. – 2023. – C. 1-6.

20. Cogan D. et al. Deterministic generation of indistinguishable photons in a cluster state //Nature Photonics.  $-2023. - T. 17. - N_{\odot}. 4. - C. 324-329.$ 

21. Rakhlin M. V. et al. Demultiplexed single-photon source with a quantum dot coupled to microresonator //Journal of Luminescence. – 2023. – T. 253. – C. 119496.

22. Ollivier H. et al. Reproducibility of high-performance quantum dot single-photon sources //ACS photonics.  $-2020. - T. 7. - N_{\odot}. 4. - C. 1050-1059.$ 

23. Cade N. I. et al. Fine structure and magneto-optics of exciton, trion, and charged biexciton states in single InAs quantum dots emitting at 1.3  $\mu$  m //Physical Review B. – 2006. – T. 73. – No. 11. – C. 115322.

24. Merkulov I. A., Efros A. L., Rosen M. Electron spin relaxation by nuclei in semiconductor quantum dots //Physical review B. – 2002. – T. 65. – №. 20. – C. 205309.

25. Sheng W., Xu S. J., Hawrylak P. Electron g-factor distribution in self-assembled quantum dots //Physical Review B. – 2008. – T. 77. – №. 24. – C. 241307.

26. Leppenen N. V., Lanco L., Smirnov D. S. Quantum Zeno effect and quantum nondemolition spin measurement in a quantum dot–micropillar cavity in the strong coupling regime //Physical Review B.  $-2021. - T. 103. - N_{\odot}. 4. - C. 045413.$