

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук
Центр физики наногетероструктур
Лаборатория интегральной оптики на гетероструктурах

На правах рукописи

КОНИЧЕСКАЯ РЕФРАКЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ИСТОЧНИКОВ

Научный доклад Мыльникова Валентина Юрьевича

Специальность 1.3.11 - физика полупроводников

Научный руководитель:
д.ф-м.н., зав. лаб. интегральной
оптики на гетероструктурах,
Соколовский Г.С.

Санкт-Петербург
2023

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., зав. лаб. интегральной оптики на гетероструктурах,
Соколовский Григорий Семенович

Рецензенты:

к.ф.-м.н., с.н.с. сектора теории оптических и электрических явлений в
полупроводниках ФТИ им. А.Ф. Иоффе
Андрей Маркович Монахов

д.ф.-м.н., Доцент кафедры физической электроники и технологии
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

Устинов Алексей Борисович

Актуальность темы исследования

Применение оптических систем для целей квантовой информатики является одной из наиболее быстро развивающихся областей квантовой оптики. Так, для передачи квантовой информации сейчас активно используются состояния света с ненулевым угловым орбитальным моментом. Однако, для дальнейшего уплотнения каналов квантовой связи, необходимо развивать направления, связанные с созданием состояний света с запутанными поляризационными и орбитальными степенями свободы. Результирующее состояние света будет при этом обладать дробным угловым моментом. Такие состояния можно получить при пропускании света вдоль одной из осей двуосного кристалла. Внутри кристалла свет начинает распространяться по полному световому конусу, а за выходной гранью кристалла можно наблюдать полный световой цилиндр. Данное оптическое явление было впервые предсказано Гамильтоном еще в 1832 году и сейчас хорошо известно как коническая рефракция.

Можно выделить три основные характеристики конической рефракции, которые привлекают к себе активное внимание научного сообщества. Во-первых, коническая рефракция обладает нетрадиционной пространственной эволюцией. Данное свойство используется для микроскопии высокого разрешения, создания лазеров на основе конической рефракции, а также для оптического манипулирования и захвата микрочастиц. Во-вторых, состояние поляризации пучка конической рефракции непрерывно изменяется в пространстве. Такие пучки называют поляризационно-неоднородными и используют для создания оптических преобразователей поляризации, систем мультиплексирования и демultipлексирования, формирования моно- или полихроматического структурированного света, поляриметрических измерений и оптических датчиков. И, в-третьих, пучок конической рефракции имеет дробный орбитальный угловой момент. Эта особенность обеспечивает важные практические приложения, такие как генерация и аннигиляция оптических вихрей, а также генерация суммарных и высших гармоник.

Примечательно, что, несмотря на двухвековую историю данного оптического явления, коническая рефракция до сих пор привлекает к себе большое внимание и продолжает удивлять множеством новых открытий.

Однако, в подавляющем большинстве современных работ по изучению конической рефракции, в качестве источников излучения используются газовые или твердотельные одномодовые лазеры, хотя, для повсеместного применения большой интерес представляет использование излучения полупроводниковых лазеров и светодиодов. В этом свете, развитие теории конической рефракции полупроводниковых источников заложит теоретическую базу, необходимую для дальнейшего совершенствования практических применений, связанных с конической рефракцией. Так, одной из важнейших характеристик излучения полупроводниковых источников является частичная пространственная когерентность, которая дает дополнительную возможность управлять свойствами света, в дополнении к уже упомянутым поляризационным, фазовым и пространственным особенностям пучка. Излучение с управляемыми свойствами или структурированный свет в настоящее время представляет большой интерес для теоретических и экспериментальных исследований. Примерами структурированного света с управляемой пространственной когерентностью является частично когерентные векторные пучки, которые сочетают в себе нетрадиционные свойства поляризации и когерентности, и когерентные вихри, которые возникают при соединении частичной когерентности и оптических вихрей. Поскольку такие пучки сочетают в себе уникальные свойства векторных/вихревых и низкокогерентных пучков, их генерация с помощью частично когерентной конической рефракции может оказать непосредственное влияние на многие приложения структурированного света с контролем когерентности, включая оптическое когерентное шифрование, оптическую связь в свободном пространстве и профилирование пучка.

Целью работы является исследование фундаментальных особенностей конической рефракции, связанных с частичной пространственной когерентностью излучения полупроводниковых источников.

Научная новизна

1. Обнаружено, что пространственная эволюция Лагерр-Гауссова пучка после прохождения вдоль оптической оси двуосного кристалла может быть эффективно описана при помощи обобщенного векторного Бессель-Гауссова пучка с эффективной шириной и направлением распространения, зависящими соответственно от ширины, а также радиального и орбитального индекса Лагерр-Гауссовой моды.
2. Впервые показано, что пространственные флуктуации фазы частично когерентного света создают флуктуации амплитуды поля конической рефракции, приводя к разрушению интерференционной картины в фокальной плоскости и исчезновению темного кольца Поггендорфа. Показано, что степень когерентности, описывающая подавление интерференционного вклада в распределение интенсивности излучения при высокой когерентности уменьшается как функция Гаусса, а при низкой когерентности спадает пропорционально квадрату длины когерентности.
3. Впервые показано, что длина продольного распределения интенсивности конической рефракции низко-когерентного света пропорциональна длине когерентности излучения, что проявляется в сближении пятен Рамана при уменьшении когерентности пучка.
4. Обнаружено, что ширина поперечного распределения интенсивности низко-когерентного излучения в дальнем поле после конической рефракции не зависит от продольной координаты и пучок распространяется без дифракции на расстояние, определяемое произведением длины Релея на отношение радиуса кольца конической рефракции к его толщине.

Апробация работы: Основные результаты работы докладывались на научных семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН; международных научных конференциях «Laser Optics» (Санкт-Петербург 2018, 2020, 2022), «CLEO/Europe» (Мюнхен 2019, 2021), «Физика/СПб» (Санкт-Петербург 2019), международной зимней школе по физике полупроводников (Санкт-Петербург 2020).

Публикации: Основные результаты по теме диссертации изложены в 9 печатных изданиях, из которых 3 изданы в научных журналах рекомендованных ВАК и индексируемых базами Web of Science, Scopus, 6 — в тезисах докладов:

- A1. V. Yu. Mylnikov, S. N. Losev, V. V. Dudelev, K. A. Fedorova, E. U. Rafailov, and G. S. Sokolovskii. Conical refraction with low-coherence light sources // *Opt. Express* **27**(18), 25428-25435 (2019).
- A2. V. Yu. Mylnikov, E. U. Rafailov, and G. S. Sokolovskii. Close relationship between Bessel-Gaussian and Conical Refraction beams // *Opt. Express* **28**(23), 33900-33910 (2020).
- A3. V. Yu. Mylnikov, V.V. Dudelev, E.U. Rafailov, G.S. Sokolovskii. Partially coherent conical refraction promises new counter-intuitive phenomena // *Scientific Reports* **12**, 16863 (2022).
- A4. V. Y. Mylnikov, E. U. Rafailov and G. S. Sokolovskii. Conical Refraction with Laguerre-Gaussian Beams: From Raman Spot to ‘Anti-Raman’ Doughnut Distribution // 2019 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC), Munich, Germany, 2019, pp. 1-1.
- A5. В.Ю. Мыльников, Г.С. Соколовский, Э.У. Рафаилов. Коническая рефракция Лаггер-Гауссовых оптических вихрей // Международная конференция «Физика СПб», Санкт-Петербург, Россия, 22-24 октября 2019 г., “Тезисы докладов международной конференции” с. 238-239.

- A6. В.Ю. Мыльников. Коническая рефракция излучения гауссовского источника модели Шелла // Международная зимняя школа по физике полупроводников, 2020 г., С. 15, Научные сообщения молодых ученых.
- A7. V.Yu. Mylnikov, E.U. Rafailov, G.S. Sokolovskii. Conical refraction with Gaussian Schell-model sources // 2020 International Conference Laser Optics (ICLO), Saint Petersburg, 2020, pp. 1-1.
- A8. Valentin Yu. Mylnikov, Edik U. Rafailov, Grigorii S. Sokolovskii. Conical refraction with generalized Bessel-Gaussian beams // 2021 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC), Munich, Germany, 2021, pp. 1-1.
- A9. V.Yu. Mylnikov, E.U. Rafailov, G.S. Sokolovskii. Partially coherent conical refraction: Phase fluctuation and the Bessel-Gauss model // 2022 International Conference Laser Optics (ICLO), 2022, pp. 01-01.

Введение

Хорошо известно, что при распространении излучения в одноосном кристалле наблюдается эффект двулучепреломления. Так, входящий пучок внутри кристалла расщепляется на обыкновенный и необыкновенный луч, распространяющиеся в кристалле в разные направления и имеющие взаимно ортогональные состояния линейной поляризации. В двуосных кристаллах (т.е. в кристаллах, в которых все три коэффициента преломления различны) также возможно наблюдать эффект двулучепреломления. Однако, если выбрать направление распространения света вдоль одной из оптических осей кристалла, на выходе из кристалла наблюдается принципиальное изменение картины преломления: луч света преобразуется в полый световой конус внутри кристалла, а на выходе из кристалла излучение преобразуется в полый световой цилиндр, как показано на рис. 1а.

Если поместить экран напротив кристалла, то на нем будет наблюдаться яркое кольцо радиуса $R_0 = l\chi/2$, где l – длина кристалла, χ – угол раствора конуса внутри кристалла. Данное явление было предсказано Уильямом Гамильтоном в 1832 г. и названо конической рефракцией (КР) [1]. Спустя почти год, Хэмфри Ллойд в своих экспериментах впервые экспериментально обнаружил явление конической рефракции [2]. Подобное поведение света при прохождении вдоль оптической оси двуосного кристалла объясняется особенностью поверхности волновых векторов кристалла, которая имеет вид конуса. В результате, свет преломляется по бесконечному числу направлений, что приводит к формированию конической рефракции.

Необходимо упомянуть, что Гамильтон в своей фундаментальной работе рассматривал распространение плоской волны строго вдоль оптической оси двуосного кристалла. В реальности любой физический пучок состоит из суперпозиции плоских волны, которые могут распространяться под небольшими углами относительно оптической оси. В результате, пучок обладает малым, но конечным углом расходимости. В этом случае на экране будет наблюдаться два ярких кольца, разделенные тонким темным кольцом,

названным в честь его первооткрывателя – кольцом Поггендорфа [3] (Рис. 1b), так как в первых опытах Ллойда это темное кольцо не наблюдалось.

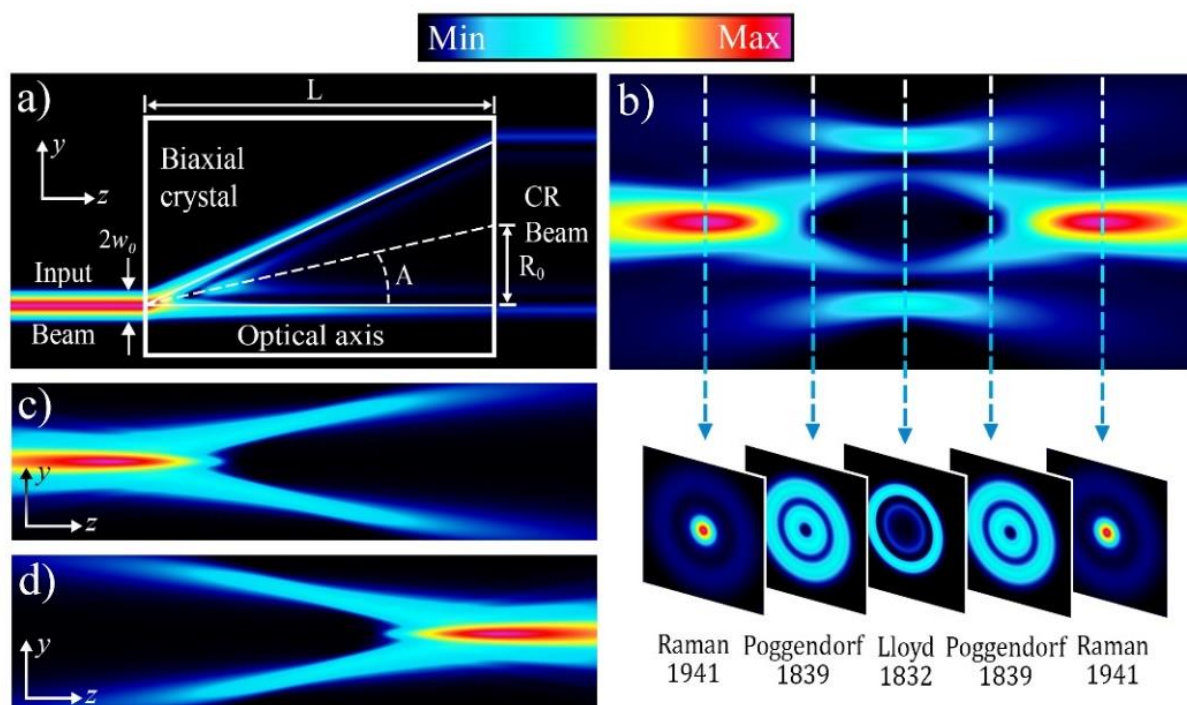


Рис. 1. (a) *Пространственная эволюция коллимированного светового пучка через конически преломляющий кристалл длиной L . Внутри кристалла свет превращается в конус с углом A , а за кристаллом конус преломляется в цилиндр с радиусом $R_0=AL$. (b) Пространственная эволюция пучка конической рефракции и связанные с ним поперечные распределения интенсивности; (c) и (d) иллюстрируют пространственную эволюцию отдельных конусов КР $|C^{(+)}|^2$ и $|C^{(-)}|^2$, соответственно.*

Спустя почти полувека в 1905 году Войгт представил исчерпывающую работу, в которой обсудил все известные на тот момент свойства конической рефракции, подробно проанализировав предшествующую теорию и эксперимент. Он также предложил теоретическое объяснение возникновения темного кольца Поггендорфа в рамках суперпозиции конических световых волн с обыкновенной и необыкновенной поляризацией, которые генерируются двусосным кристаллом [4]. Его интерпретация основана на том, что угол распространения излучения на выходе из кристалла пропорционален углу

падающего на кристалл пучка. И так как полная энергия волн с нулевым углом распространения равна нулю, можно сделать вывод, что темное кольцо Поггендорффа обусловлено геометрической оптикой и картиной преломления лучей внутри двуосного кристалла. Это объяснение широко распространено в настоящее время и цитируется в учебниках по оптике [5], несмотря на то, что подобная интерпретация может привести к появлению темной области внутри любого пучка. Далее мы еще вернемся к обсуждению природы темного кольца Поггендорффа.

В 1920-1940х годах Раман опубликовал серию работ по внешней и внутренней конической рефракции [6–8], где он использовал кристаллы нафталина, материала с эффективностью двулучепреломления в десять раз большей, чем у арагонита, который использовался в ранних экспериментах. Раман подтвердил наличие темного кольца Поггендорффа и изучил пространственную эволюцию интенсивности вдоль направления распространения излучения (Рис. 1b). Так, если плоскость наблюдения отодвигать от фокальной (Ллойдовской) плоскости, в которой кольцо Поггендорффа четче всего различимо, то яркость колец будет становиться все меньше. Достаточно далеко от Ллойдовской плоскости внутреннее кольцо превращается в яркое пятно, названное в честь Рамана, которое расположено на оси распространения. Это наблюдение стало возможным объяснить только спустя многие десятилетия при помощи параксиальной теории конической рефракции.

В 1978 году Бельский и Хапалюк [9] представили полную параксиальную дифракционную теорию внешней и внутренней конической рефракции в двуосных кристаллах. В этих работах представлена элегантная и компактная формулировка теории конической рефракции. В полученном формализме электрическое поле перед кристаллом представляется в виде суперпозиции плоских волн, каждая из которых вследствие двулучепреломления, приобретает свой набег фаз, а на выходе из кристалла, складываясь, они дают наблюдаемое распределение конической рефракции. В этих работах было

показано, что параметр $\rho_0 = R_0/w_0$ (R_0 - радиус кольца конической рефракции, w_0 - перетяжка исходного пучка) определяет эволюцию распределения конической рефракции.

Спустя 172 года после того, как Гамильтон впервые предсказал коническую рефракцию, Майкл Берри изящнейшим образом переформулировал теорию Бельского и Хапалюка [10]. Он использовал дифракционную параксиальную оптику и представил действие двуосного кристалла в виде унитарного преобразования над суперпозицией плоских волн, входящих в кристалл. Также в его работе получены аналитические формулы, описывающие двух-кольцевое распределение в Ллойдовской плоскости и Рамановское пятно. Работа Берри, вместе с новыми экспериментальными данными, полученными при использовании высококачественного кристалла KGW [11], стали новой отправной точкой для оптики двуосных кристаллов. Бурно начали развиваться исследования в области практического применения конической рефракции. Наиболее известны следующие из них: оптическое манипулирование и захват микрочастиц [12–16], создание лазеров на основе конической рефракции [17–20], ее использование в сверх-разрешающей микроскопии [21,22].

В 2011 году Пит экспериментально и теоретически исследовал коническую рефракцию оптических вихрей с оптическим зарядом равным ℓ . В работе Пита [23] было показано, что использование оптических вихрей позволяет добиться неожиданного изменения распределения интенсивности пучка конической рефракции в фокальной плоскости. Так, при увеличении оптического заряда оптического вихря ℓ , который принимает целые значения, росло количество темных колец в фокальной плоскости, в результате чего классическое двух-кольцевое распределение интенсивности, наблюдаемое для оптического вихря с зарядом $\ell=0$, переходило в многокольцевое распределение с ростом оптического заряда ℓ .

Необходимо отметить, что изложенную выше параксиальную модель конической рефракции можно переформулировать в более простом и

физически понятном виде, известном как двух-конусная модель конической рефракции, которая была получена сначала в работе Соколовского и др. [24], а позже обсуждалась Тюрпиным и др. [25]. В этих работах было показано, что электрическое поле пучка конической рефракции можно разделить на сумму двух слагаемых, также называемых конусами конической рефракции: $\mathbf{E}=\mathbf{C}^{(+)}+\mathbf{C}^{(-)}$, где $\mathbf{C}^{(+)}$ это положительный или расходящийся конус, а $\mathbf{C}^{(-)}$ это отрицательный или сходящийся конус. Важным отличием от теории Бельского, Хапалюка и Берри, которая обсуждалась ранее, является тот факт, что поля $\mathbf{C}^{(+)}$ и $\mathbf{C}^{(-)}$ теперь имеют ясный физический смысл, представляя из себя два световых конуса, расходящийся и сходящийся к оси распространения, как это показано на Рис. 1с и Рис. 1d, соответственно.

Однако, в подавляющем большинстве современных работ по изучению КР, в качестве источников излучения используются газовые или твердотельные одномодовые лазеры, хотя, для повсеместного применения большой интерес представляет использование излучения полупроводниковых лазеров и светодиодов. При этом необходимо учесть, что полупроводниковые источники излучения зачастую являются частично когерентными, что может значительно изменить характеристики пучка конической рефракции. В этом свете, развитие теории КР полупроводниковых источников заложит теоретическую базу, необходимую для дальнейшего совершенствования практических применений, связанных с КР. Кроме того, хорошо известно, что выражения, которые описывают КР, имеют интегральный характер, что приводит к отсутствию наглядности получаемых результатов и весьма осложняет численные расчеты. В связи с этим, крайне актуальной становится задача построения простой и наглядной модели КР, математический аппарат которой будет значительно проще ныне существующих теорий при том же уровне качественного описания всех характерных особенностей изучаемого явления.

Обсуждение результатов

В рамках данного научного доклада было показано, что электрическое поле конической рефракции элегантно-лагерр-гауссова пучка можно выразить через обобщенные векторные бессель-гауссовы пучки при условии $R_0 \gg w_0$, где R_0 — радиус кольца КР за кристаллом, а w_0 — перетяжка пучка. Были рассчитаны параметры обобщенного бессель-гауссова пучка, такие как угол распространения, перетяжка, амплитуда и фаза пучка как функции от параметров конической рефракции элегантно-лагерр-гауссова пучка. Также мы проанализировали соответствие между точным решением и полученной бессель-гауссовой моделью в характерных пространственных областях, таких как фокальная плоскость и дальнее поле вблизи и вдали от оси распространения. Разработанная модель позволила объяснить многокольцевую картину фокальной плоскости конической рефракции простейших оптических вихрей и предсказать сближение пятен Рамана, а также рассчитать зависимость радиуса кольца КР от значения орбитального углового момента, возникшую в процессе перенормировки параметров предложенной бессель-гауссовой модели.

Также, в рамках данной работы была построена строгая теория конической рефракции (КР) для излучения с частичной пространственной когерентностью. Мы базировались на теории Бельского–Хапалука–Берри (БХБ) [26] и двух-конусной модели КР [27], а также использовали аппарат теории когерентности второго порядка, центральным объектом которой является матрица взаимных спектральных плотностей [28]. Данная матрица содержит информацию о пространственной когерентности излучения, а также описывает его поляризационные свойства. Однако, хорошо известно, что КР обладает нетривиальной структурой фазового фронта, так как она состоит из орбитальных вихрей с различными значениями орбитального углового момента (ОУМ). В результате, крайне логичным представляется введение орбитальных корреляционных функций, которые бы учитывали корреляции

компонент поля с различными ОУМ. Данные функции являются более удобными для явного вычисления, так как они не содержат в себе информацию о поляризованных степенях свободы падающего на кристалл излучения. При этом, чтобы восстановить информацию об исходной поляризации, мы нашли связь введенных орбитальных корреляционных функций с более привычной матрицей взаимных спектральных плотностей и параметрами Стокса. На последнем шаге мы выразили орбитальные корреляционные функции КР через взаимную спектральную плотность падающего на кристалл излучения.

Однако численное моделирование многомерных интегралов, которые определяют орбитальные корреляционные функции, требует больших вычислительных ресурсов. Поэтому, для упрощения численных расчетов, мы рассмотрели гауссовский источник модели Шелла. Замечательная особенность данного источника состоит в том, что его корреляционную функцию можно представить в виде некогерентной суперпозиции полностью когерентных Лагерр-Гауссовых мод. При этом коническую рефракцию таких когерентных мод можно описывать независимо с помощью интегралов теории БХБ [26] и двух-конусной модели КР [27]. Однако, само по себе представление по когерентным модам не дает интуитивной физической интерпретации КР частично когерентного излучения. Для получения аналитических выражений и соответствующего им физического смысла мы использовали представление флуктуирующей фазы. Как и в случае представления по когерентным модам, взаимная спектральная плотность выражается как суперпозиция взаимно некогерентных пучков. Основное отличие заключается в том, что пучки, по которым происходит разложение, обладают детерминированной амплитудой, но флуктуирующей фазой [29]. Для источников модели Шелла флуктуирующая фаза имеет вид $\Phi(\mathbf{p}) = \mathbf{q}\mathbf{p}$, где \mathbf{q} — случайный поперечный волновой вектор, а \mathbf{p} — нормированный поперечный радиус вектор. При этом, усреднение по ансамблю реализаций вектора электрического поля теперь реализуется за счет интегрирования по всем возможным случайным волновым векторам. Основное преимущество данного подхода состоит в том, что мы

можем вычислять поле КР, как и раньше, лишь предполагая случайность фазы падающего на кристалл электрического поля. При этом, усреднение по случайной фазе производится только на последнем этапе расчета. Для того, чтобы данное усреднение можно было осуществить в явном виде, необходимо рассчитать точную форму поля КР как функцию случайного волнового вектора. Данные расчеты были нами произведены для случая малых и больших поперечных волновых векторов. Для точного расчета электрического поля в пределе малых волновых векторов мы использовали формализм амплитудно-фазовых модуляций, а в случае больших волновых векторов мы применяли Бессель-Гауссову модель КР. При этом, было показано, что переход от малых поперечных волновых векторов к большим соответствует трансформации КР в двухлучепреломление. Для ситуации промежуточных волновых векторов, КР описывается введенными обобщенными асимметричными Бессель-Гауссовыми пучками, имеющими форму полумесяца.

Таким образом, начальный этап работы был посвящен развитию общих методов исследования, как численных, так и теоретических, для детального рассмотрения КР частично когерентного излучения. Далее мы использовали все развитые методы для исследования свойств КР в фокальной плоскости и в дальнем поле. На Рис. 2 представлены три основных эффекта, возникающие в фокальной плоскости. Во-первых, это исчезновение темного кольца Поггендорфа при снижении когерентности пучка, как показано на Рис. 2а. На этом рисунке демонстрируется численно рассчитанная интенсивность КР для различных значений входной пространственной когерентности, которая характеризуется параметром когерентности Δ . Если параметр когерентности мал ($\Delta < 1$), значит излучение высоко когерентное, а если большой ($\Delta > 1$), то оно низко когерентное. Как видно, двухкольцевое распределение интенсивности трансформируется в яркое кольцо при переходе от высокой к низкой пространственной когерентности. Объяснение этого эффекта заключается в интерференционной природе двухкольцевого распределения интенсивности.

Следуя двух-конусной модели КР, электрическое поле за двусным кристаллом можно разложить на две компоненты, также называемые конусами КР $\mathbf{E}=\mathbf{C}^{(+)}+\mathbf{C}^{(-)}$.

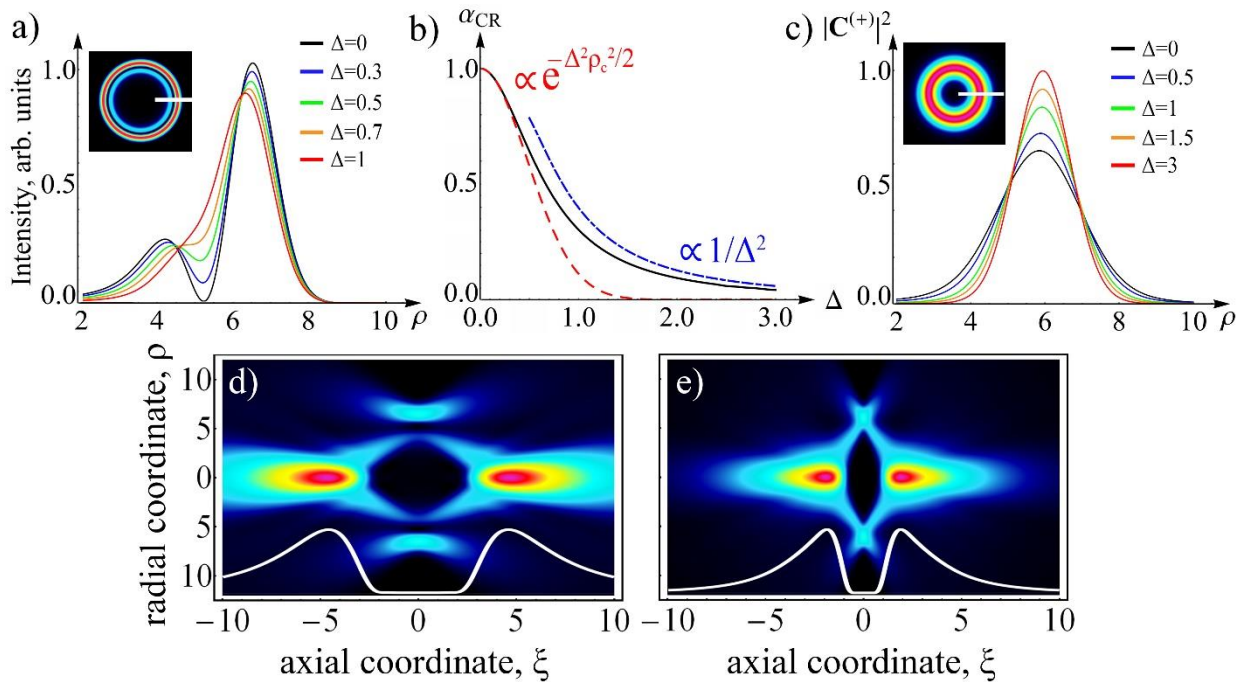


Рис. 2. (а) Интенсивность излучения КР в фокальной плоскости для различных значений когерентности падающего на кристалл излучения. (б) Зависимость степени когерентности конусов КР α_{CR} от параметра когерентности Δ . Расчет проводился с использованием численного моделирования (черная кривая), высоко когерентного аналитического приближения (красная кривая) и низко когерентного приближения (синяя кривая). (с) Профиль интенсивности света для положительного конуса КР для различных параметров когерентности Δ . Соответствующие поперечные распределения интенсивности показаны в верхней части рисунков (а) и (с). Осевые распределения интенсивности пучка КР, рассчитанные численно при помощи модового разложения для (d) когерентного и (е) низко когерентного излучения, которым соответствуют параметры когерентности $\Delta=0$ и $\Delta=2$. Для наглядности, в нижней части каждого из рисунков построены центральные сечения пространственных распределений интенсивности вдоль продольной оси.

В фокальной плоскости два конуса пересекаются друг с другом, образуя интерференционную картину в виде двух-кольцевого распределения. Ситуация резко меняется при уменьшении когерентности света, в результате чего интерференция постепенно исчезает, как показано на Рис. 2а. Об этом явлении мы ранее сообщали в нашей предыдущей работе [30], и для его теоретического описания была феноменологически введена степень когерентности конусов КР α_{CR} [30], возникающая перед интерференционным вкладом в распределении интенсивности КР (37): $I=|C^{(+)}|^2+|C^{(-)}|^2+\alpha_{CR}[C^{(+)*}C^{(-)}+c.c.]$. Оказалось, что введение степени когерентности конусов КР позволяет описать основные характерные особенности исчезновения двух-кольцевого распределения. Однако строгое обоснование понятия степени когерентности конусов КР выходит за рамки феноменологической теории.

Чтобы восполнить пробел в понимании внутреннего механизма исчезновения темного кольца Поггендорфа, мы рассчитали зависимость степени когерентности конусов КР от когерентности исходного света, которая изображена на Рис. 2б. На данном рисунке показано сравнение численного моделирования с полученными аналитическими результатами. Так, можно выделить две характерные области высокой и низкой пространственной когерентности, которые характеризуются маленькими и большими параметрами когерентности Δ . Высоко когерентное приближение описывается уравнением $\alpha_{CR}=g(\rho_C)$, где $g(\rho)$ – степень когерентности исходного излучения, а ρ_C – характерное расстояние, выражающееся через детерминированную амплитуду поля частично когерентного пучка. Данное простое и элегантное соотношение между выходной и входной пространственной степенью когерентности было впервые представлено в нашей предыдущей статье [59] и подтверждено из первых принципов в рамках выполнения данного проекта. Для вывода вышеприведённого соотношения мы использовали представление флуктуирующей фазы. Оказывается, что ключевую роль в данном явлении играет флуктуация амплитуды поля КР,

порождаемая флуктуацией фазы исходного частично когерентного источника, что и становится причиной исчезновения темного кольца Поггендорфа при снижении когерентности источника излучения.

В режиме низкой пространственной когерентности мы обнаружили второй характерный эффект, заключающийся в том, что степень когерентности конусов КР имеет универсальную степенную зависимость от параметра исходной когерентности, как показано на Рис. 2б. Для получения данного результата мы также использовали представление флуктуирующей фазы, но в пределе больших случайных волновых векторов. В данном режиме конусы КР до усреднения описываются введенными обобщенными асимметричными Бессель-Гауссовыми пучками, которые имеют форму полумесяца. Их поведение в области критических волновых векторов, разделяющих области низкой и высокой пространственной когерентности, полностью определяет предсказанный универсальный степенной закон.

Кроме того, было исследовано поведение интенсивности непосредственно самих конусов КР для различных значений степени когерентности исходного излучения, которое показано на Рис. 2с. Можно заметить, что уменьшение когерентности приводит к сужению ширины кольца, что является третьим новым нетривиальным результатом и не может быть получено в рамках феноменологической модели низко когерентной КР. Для объяснения контринтуитивной зависимости ширины конуса от степени когерентности, необходимо рассмотреть два предельных случая когерентного и некогерентного источника. В когерентном случае полуширина кольца КР больше, чем полуширина падающего пучка из-за эффективного сужения фурье-спектра конусов КР, что в полной мере объясняет уширение в прямом пространстве. Для некогерентного излучения КР в фокальной плоскости состоит из суперпозиции гауссовых пучков, центры которых случайным образом расположены на кольце заданного радиуса, определяемого двусосным кристаллом. Таким образом, полуширина полученного кольца совпадает с полушириной исходного гауссового пучка, падающего на кристалл. В

результате мы будем наблюдать эффективное уменьшение полуширины с уменьшением когерентности.

Следующим шагом после исследования фокальной плоскости стало рассмотрение эффектов, возникающих при пространственной эволюции пучка КР в дальней зоне, которая показана на Рис. 2d-f. Так, для случая низкой пространственной когерентности, который показан на рис. 2f, можно наблюдать бездифракционное распространение, а также смещение Рамановых пятен ближе к фокальной плоскости. Первый эффект может быть получен из аналитического расчёта орбитальных корреляционных функций КР, и объясняется многомодовой структурой низкокогерентного излучения, которая подавляет дифракционное уширение. Второе явление возникает за счет особенностей пространственного распространения пучка КР с ненулевым случайным поперечным волновым вектором. Так, уменьшение исходной когерентности приводит к увеличению характерного случайного поперечного волнового вектора света. Поскольку угол, под которым КР распространяется относительно оптической оси, пропорционален волновому вектору, пятна Рамана будут смещаться ближе к фокальной плоскости по мере уменьшения степени исходной когерентности.

В результате, можно заметить, что все новые предсказанные эффекты нельзя получить, используя лишь феноменологическую теорию низкокогерентной КР. Причем, описанные свойства являются весьма нестандартными по сравнению со свойствами гауссовского источника модели Шелла. В связи с этим изучение КР от источников излучения с частичной пространственной когерентностью является очень важным и перспективным направлением исследований. С практической точки зрения это очень выгодно благодаря свойствам низкокогерентных источников света, таких как полупроводниковые лазеры и светодиоды, являющиеся крайне простыми, компактными и очень экономичными в своем использовании. Кроме того, пространственная когерентность дает дополнительную возможность управлять свойствами света, помимо уникальных особенностей, связанных с

поляризаций, пространственной эволюцией и структурой фазового фронта, уже присущих КР. Нами показано, что с помощью КР частично когерентного излучения можно генерировать так называемый структурированный свет, который в настоящее время представляет большой интерес для теоретических и экспериментальных исследований. Примерами структурированного света с управляемой когерентностью является частично когерентные векторные лучи, которые сочетают в себе нетрадиционные свойства поляризации и когерентности, и некогерентные вихри, которые возникают при учете когерентности для пучков с ненулевым ОУМ. Поскольку этот свет сочетает в себе уникальные свойства векторных/вихревых и низкокогерентных пучков, их генерация с помощью частично когерентной КР может оказать непосредственное влияние на многие приложения структурированного света с контролируемой когерентностью, включая оптическое когерентное шифрование, беспроводную оптическую связь и профилирование света. Кроме того, полученные результаты могут быть полезны в уже существующих приложениях КР, таких как микроскопия высокого разрешения, оптическое манипулирование, системах мультиплексирования, а также для поляриметрических измерений.

Заключение

В рамках данной работы была построена простая и наглядная модели КР, математический аппарат которой значительно проще ныне существующих теорий при том же уровне качественного описания всех характерных особенностей изучаемого явления. Для этого было найдено соответствие между КР элегантных лаггер-гауссовых пучков и обобщенными бессель-гауссовыми пучками [A2]. В результате выполнения этой задачи стало возможно просто и наглядно описывать пространственную эволюцию пучков КР, что может быть полезным для создания практических применений в области оптической связи в открытом пространстве, бутылочных пучков для захвата и манипулирования микрообъектами, а также сверхразрешающей микроскопии и литографии.

Кроме того, была построена теория частично-когерентной конической рефракции [A3], которая хорошо согласуется с имеющимися экспериментами [A1]. Мы показываем, что электрическое поле пучка КР частично-когерентного излучения может быть выражено через интегралы Бельского–Хапалюка–Берри и двух-конусной модели КР. Кроме того, мы существенно упростили полученные выражения, предполагая фазу электрического поля, падающего на кристалл, случайной функцией координат. Данное предположение позволило строго рассчитать прохождение пучка через кристалл КР, так как усреднение по случайной фазе производилось только на последнем этапе расчета. Полученные точные решения использовались для расчета интенсивности КР в ближней и дальней зоне. В результате, мы объяснили исчезновение темного кольца Поггендорфа в плоскости Ллойда и предсказали контринтуитивные эффекты сужения ширины кольца КР и смещения пятен Рамана в сторону фокальной плоскости для низкокогерентной КР. Мы также получили универсальную степенную зависимость степени когерентности конусов КР от длины корреляции входного пучка, а также эффект бездифракционного распространения пучка в дальнем поле. Необходимо отметить возможные практические применения полученных результатов. Как мы показали, частично-когерентная КР обладают как векторными, так и вихревыми свойствами. В сочетании с новыми свойствами, связанными с низкой когерентностью, исследуемые пучки могут быть чрезвычайно полезными для генерации структурированного света с контролем когерентности для дальнейшего практического применения в оптической связи на большие расстояния, оптическом шифровании, а также визуализации вне прямой видимости. Новые предсказанные эффекты в дальней зоне, такие как смещение пятен Рамана и бездифракционное распространение, могут позволить генерировать хорошо контролируемые и динамически регулируемые бутылочные пучки. Сужение фокального кольца КР может быть использовано для генерации частично когерентных идеальных вихревых пучков.

Список Литературы

1. Hamilton W.R. Third supplement to an essay on the theory of systems of rays // *Trans. R. Irish Acad.* V.17. *Trans. R. Irish Acad.*, 1833. Vol. 17. P. 1–144.
2. Lloyd H. On the phenomena presented by light in its passage along the axes of biaxial crystals // *Phil. Mag.* 1833. Vol. 1. P. 112–120 and 207–210.
3. Poggendorff J.C. Ueber die konische Refraction // *Annalen der Physik und Chemie*, Herausgegeben zu Berlin. 1839. Vol. 48. P. 461–462.
4. Voigt W. Theoretical and experimental explanation of the optical behaviour of active crystals // *Phys. Chem.* 1905. Vol. 323. P. 645–694.
5. Born M., Wolf E. *Principles of Optics*. Cambridge Univ. Press, 1999.
6. Raman C. V. Conical refraction in biaxial crystals // *Nature*. 1921. Vol. 107. P. 747.
7. Raman C. V., Rajagopalan V.S., Nedungadi K.T.M. The phenomena of conical refraction // *Nature*. 1941. Vol. 147. P. 268.
8. Raman C. V., Rajagopalan V.S., Nedungadi K.T.M. Conical refraction in naphthalene crystals // *Proceedings of the Indian Academy of Sciences*. 1941. Vol. 14. P. 221–227.
9. Belskii A.M., Khapalyuk A.P. Internal conical refraction of bounded light beams in biaxial crystals *Opt. Spectrosc.* 44 436–9 // *Optics and Spectroscopy*. 1978. Vol. 44. P. 436–439.
10. Berry M. V. Conical diffraction asymptotics: fine structure of Poggendorff rings and axial spike // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. 2004. Vol. 6, № 4. P. 289–300.
11. Kalkandjiev T.K., Bursukova M.A. Conical refraction: an experimental introduction / ed. Sheridan J.T., Wyrowski F. 2008. P. 69940B.
12. O'Dwyer D.P. et al. Conical diffraction of linearly polarised light controls the angular position of a microscopic object // *Optics Express*. 2010. Vol. 18, № 26. P. 27319.

13. O'Dwyer D.P. et al. Optical trapping using cascade conical refraction of light // *Optics Express*. 2012. Vol. 20, № 19. P. 21119.
14. Peet V. Variable two-crystal cascade for conical refraction // *Optics Letters*. 2015. Vol. 40, № 10. P. 2405.
15. Phelan C.F. et al. Conical diffraction of a Gaussian beam with a two crystal cascade // *Optics Express*. 2012. Vol. 20, № 12. P. 13201.
16. McDonald C. et al. Characterizing conical refraction optical tweezers // *Optics Letters*. 2014. Vol. 39, № 23. P. 6691.
17. Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications // *Advances in Optics and Photonics*. 2009. Vol. 1, № 1. P. 1.
18. Hellström J. et al. Polarization-tunable Yb:KGW laser based on internal conical refraction // *Optics Letters*. 2007. Vol. 32, № 19. P. 2783.
19. Abdolvand A. et al. Conical refraction Nd:KGd(WO₄)₂ laser // *Optics Express*. 2010. Vol. 18, № 3. P. 2753.
20. Wilcox K.G. et al. Laser with simultaneous Gaussian and conical refraction outputs // *Applied Physics B*. 2010. Vol. 99, № 4. P. 619–622.
21. Fallet C. et al. Conical diffraction as a versatile building block to implement new imaging modalities for superresolution in fluorescence microscopy. 2014. P. 916905.
22. Caron J. et al. Conical diffraction illumination opens the way for low phototoxicity super-resolution imaging // *Cell Adhesion & Migration*. 2014. Vol. 8, № 5. P. 430–439.
23. Peet V. Conical refraction and formation of multiring focal image with Laguerre–Gauss light beams // *Optics Letters*. 2011. Vol. 36, № 15. P. 2913.
24. Sokolovskii G.S. et al. Conical Refraction: New observations and a dual cone model // *Optics Express*. 2013. Vol. 21, № 9. P. 11125.
25. Turpin A. et al. On the dual-cone nature of the conical refraction phenomenon // *Optics Letters*. 2015. Vol. 40, № 8. P. 1639.

26. Berry M. V. Conical diffraction asymptotics: fine structure of Poggendorff rings and axial spike // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. 2004. Vol. 6, № 4. P. 289–300.
27. Sokolovskii G.S. et al. Conical Refraction: New observations and a dual cone model // *Optics Express*. 2013. Vol. 21, № 9. P. 11125–11131.
28. Mandel L., Wolf E. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University, 1995. 233 p.
29. Gori F., Santarsiero M. Devising genuine spatial correlation functions // *Optics Letters*. OSA, 2007. Vol. 32, № 24. P. 3531–3533.
30. Mylnikov V.Yu. et al. Conical refraction with low-coherence light sources // *Optics Express*. The Optical Society, 2019. Vol. 27, № 18. P. 25428.