

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук
Отделение физики плазмы, атомной физики и астрофизики
Сектор теоретической астрофизики

Куричин Олег Алексеевич

Определение распространенности первичного гелия-4

Научный доклад

Направление: 03.06.01 – Физика и астрономия
Специальность: 1.3.1 – Физика космоса, астрономия

Санкт-Петербург

2023

Содержание

Содержание	2
1 Введение	3
1.1 Цели и задачи исследования	8
2 Методология исследования	10
2.1 Отбор источников	10
2.2 Измерение потоков эмиссионных линий	12
2.3 Определение физических условий и металличности	13
2.4 Определение текущей распространенности ^4He	15
3 Определение распространенности первичного ^4He	20
4 Анализ полученных результатов	24
4.1 Космологические параметры	24
4.2 Сравнение с результатами аналогичных исследований	25
5 Заключение	29
6 Список опубликованных работ	31
Список литературы	32

1 Введение

Первичный нуклеосинтез - это совокупность процессов термоядерного синтеза, проходивших в ранней Вселенной, которые привели к формированию ядер легчайших химических элементов (H, D, ^4He и ^3He , ^7Li и т.д.). Уникальность этого процесса состоит в том, что концентрации первичных ядер, формирующихся в ходе первичного нуклеосинтеза, определяются физическими свойствами, реализующимися в Ранней Вселенной, и скоростью ее расширения. В настоящий момент Стандартная теория первичного нуклеосинтеза позволяет с высокой точностью рассчитывать распространенности образующихся элементов как функции от одного из ключевых космологических параметров - барион-фотонного отношения. Эпоха первичного нуклеосинтеза - это самая ранняя эпоха Вселенной, о которой у нас имеются достоверные наблюдательные данные, поэтому особенный интерес представляет сравнение наблюдаемых распространенностей первичных элементов с теоретическими предсказаниями. Подобный анализ позволяет не только определять величину с беспрецедентной точностью, но также и накладывает достаточно жесткие ограничения на параметры теорий, претендующих на обобщение и расширение Стандартной модели элементарных частиц.

На рис. 1 представлены расчетные значения распространенностей первичных элементов как функции от η_b [1], полученные в рамках Стандартной теории первичного нуклеосинтеза. На рис. 1 желтыми прямоугольниками показаны наблюдаемые распространенности первичных элементов, а вертикальная голубая линия соответствует величине $\eta_b = (6.14 \pm 0.19) \times 10^{-10}$, полученной в результате анализа анизотропии реликтового излучения (далее - СМВ) по данным со спутника Planck [2]. Важно отметить, что анизотропия СМВ формируется примерно через 400000 лет после Большого Взрыва. Таким образом, получаемая из исследования анизотропии оценка

барион-фотонного отношения соответствует другой космологической эпохе, нежели оценки, получаемые из анализа наблюдаемых распространенностей первичных элементов (они формируются в первые несколько минут после Большого Взрыва). Независимость этих оценок дает возможность проверять Стандартную Космологическую модель на самосогласованность, а также дает потенциальные пути для ее расширения.

Как видно из рис. 1, гелий-4 является вторым по распространенности химическим элементом во Вселенной (после водорода), и его первичная распространенность (обозначаемая Y_p) слабо зависит от η_b (см. напр. [3]). Однако, распространенность гелия-4 наиболее чувствительна к темпу расширения Вселенной в эпоху первичного нуклеосинтеза по сравнению с другими элементами, поэтому любые отклонения наблюдаемой величины Y_p могут свидетельствовать о физических процессах, которые находятся за рамками Стандартной модели (т.н. «новая физика»). Поэтому особенно важно получать оценку распространенности первичного гелия-4 с наилучшей возможной точностью.

Классический способ оценки Y_p состоит в изучении состава межзвездной среды карликовых малометаллических галактик. В карликовых галактиках из-за их малой массы очень медленный темп звездообразования [4], и, поскольку распространенность гелия может только увеличиваться с течением времени за счет звездного нуклеосинтеза, существует прямая корреляция между металличностью объекта и содержанием в нем ${}^4\text{He}$. Состав межзвездной среды в малометаллических галактиках близок к таковому в ранней Вселенной, поэтому вычисляя текущую распространенность ${}^4\text{He}$ в них можно оценить Y_p . Для этого строится диаграмма $Y\text{-O/H}$, где Y - текущая распространенность ${}^4\text{He}$ в источнике, а O/H - относительное содержание кислорода. Кислород является третьим распространенным элементом в межзвездной среде таких объектов, и выступает в роли трейсера металличности изучаемого объекта. Экстраполируя полученную зависимость $Y\text{-}$

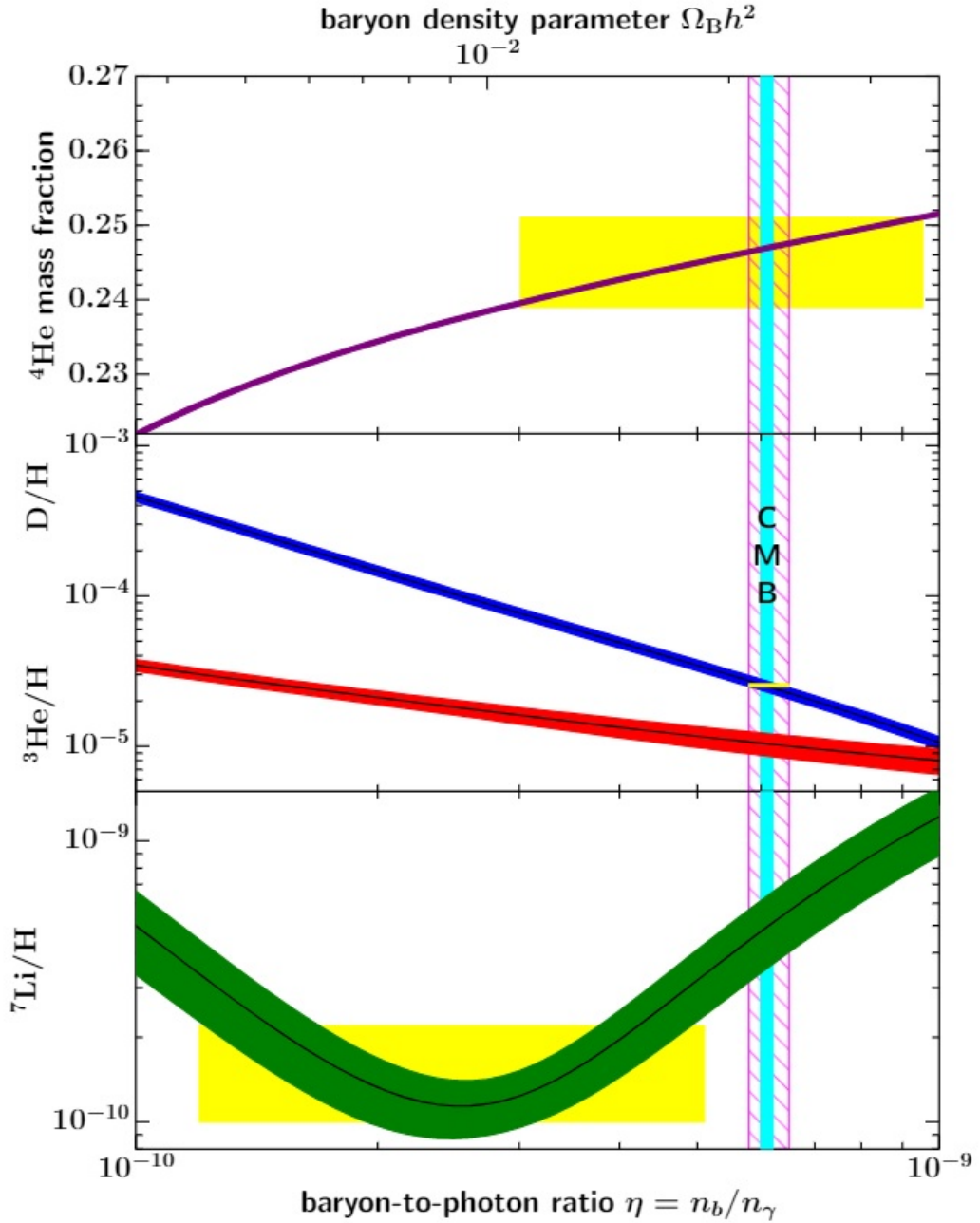


Рис. 1: Теоретический расчет первичных распространенностей ${}^4\text{He}$, D , ${}^3\text{He}$ и ${}^7\text{Li}$ как функции от барион-фотонного отношения η , полученный в рамках Стандартной теории первичного нуклеосинтеза. Широкие цветные линии соответствуют 95% уровню достоверности. Желтыми прямоугольниками обозначены наблюдаемые распространенности этих первичных элементов. Бирюзовой вертикальной линией обозначены теоретические предсказания первичных распространенностей, полученной в результате анализа анизотропии СМВ по данным спутника Planck. Рисунок взят из [1].

O/H к нулевой металличности можно получить оценку Y_p . Определение текущей распространенности ${}^4\text{He}$ и металличности производится путем изучения химического состава III зон, расположенных в карликовых галактиках. III зоны представляют собой области ионизированной межзвездной

среды, образующиеся вокруг горячих молодых звезд O и B классов (или их скоплений). Такие звезды испускают большое количество ультрафиолетовых фотонов, которые ионизуют атомы водорода, гелия и металлов, находящихся в окрестности этих звезд. Постоянные процессы рекомбинации и реионизации, происходящие в таких объектах, приводят к формированию спектра HII регионов (см. Рис. 3), характеризующегося мощными эмиссионными линиями различных элементов. Изучая относительные потоки в этих линиях можно определять физические условия в межзвездной среде, текущую концентрацию ^4He и металличность объекта. Описанный способ измерения распространенности первичного ^4He был впервые предложен в работе [5] и до сих пор является мощнейшим методом получения оценки на эту величину [6–12].

Для получения оценки описанным образом необходимо измерять относительные потоки линий гелия-4, водорода и металлов для определения физических условий в межзвездной среде объекта и текущей концентрации гелия-4 в нем. Однако эта задача существенно осложняется наличием ряда систематических эффектов, связанных с физическими процессами, происходящими в межзвездной среде карликовых галактик. Поэтому основную сложность в этом методе представляет собой аккуратный учет этих эффектов, для чего используются специально разработанные фотоионизационные модели. Они включают в себя поправки на межзвездное покраснение, столкновительное возбуждение верхних уровней в нейтральных атомах, самопоглощение в линиях гелия, наложение линий поглощения, формирующихся в звездных атмосферах, на эмиссионные линии межзвездной среды (т.н. подлинеевое поглощение) и т.д. Поскольку величина Y в каждом конкретном источнике может иметь сдвинутое значение, связанное с наличием этих систематических эффектов, точную оценку получают на основе выборки подобных источников.

На данный момент в мире насчитывается несколько независимых на-

учных групп, занимающихся оценкой Y_p . В Табл. 1 и на Рис. 2 представлены результаты, полученные в недавних независимых исследованиях.

Работа	Количество источников	Y_p
[6]	15	0.2449 ± 0.0040
[7]	28	0.2551 ± 0.0022
[8]	16	0.245 ± 0.003
[9]	1	0.2451 ± 0.0019
[10]	54	0.2436 ± 0.0040
[11]	16	0.2453 ± 0.0034
[12]	64	0.2370 ± 0.0034
Planck Collaboration		0.2471 ± 0.0003

Таблица 1: Результаты недавних независимых исследований по оценке Y_p . В первом столбце приводится ссылка на работу, во втором столбце приведено количество объектов в финальной выборке, в третьем - полученная оценка Y_p . Отдельно последней строкой приведено теоретическое предсказание величины Y_p , полученное на основе Стандартной теории первичного нуклеосинтеза и результатов анализа анизотропии CMB по данным спутника Planck

Из Табл. 1 и Рис. 2 видно, что большая часть независимых оценок хорошо согласуются между собой, а также с теоретическим предсказанием на распространенность первичного гелия-4. Однако, существуют две оценки [7] и [12], которые рассогласуются с теоретическим предсказанием на уровне свыше 2σ . Этот феномен получил название «гелиевая проблема» (по аналогии с более известной литиевой проблемой), и причины такого рассогласования на данный момент не до конца ясны. Наличие подобного рассогласования может являться следствием как наличия некоторых неявных сдвигов в методологии исследований, представленных в работах [7] и [12], так и свидетельствовать о неполноте теории первичного нуклеосинтеза и Стандартной Космологической модели (напр., о наличии дополнительных релятивистских степеней свободы, темном излучении, лептонной асимметрии и т.д.).

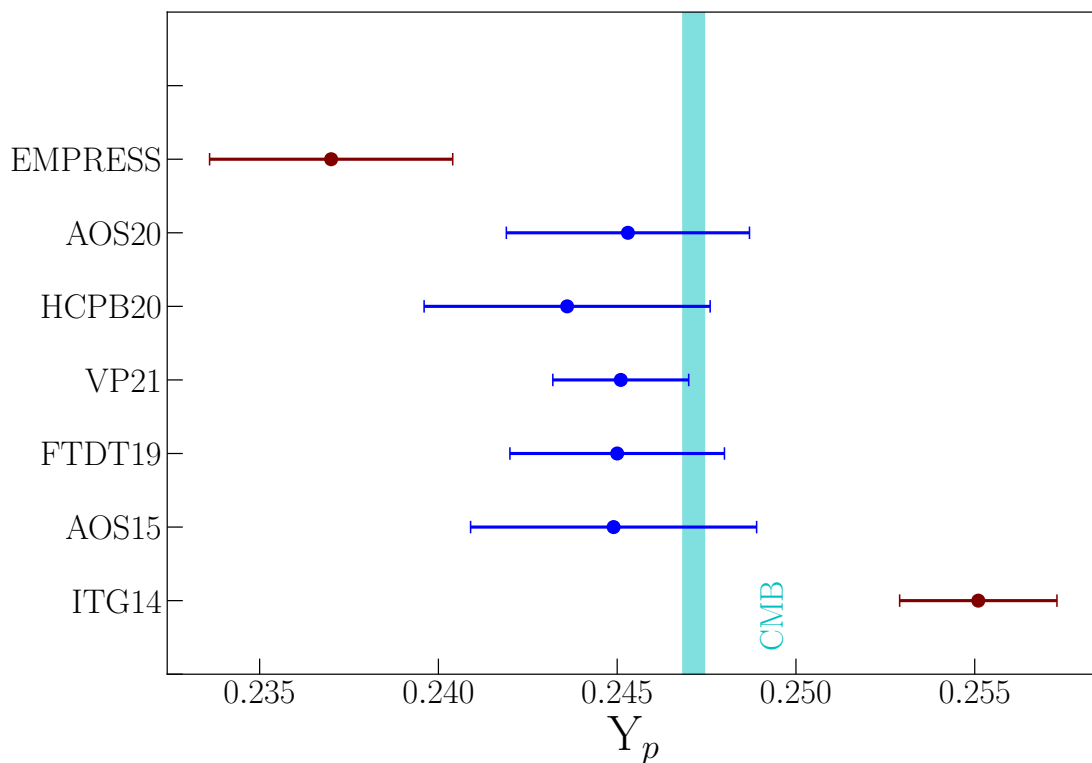


Рис. 2: Оценки Y_p , полученные в различных независимых исследования (данные взяты из Табл. 1). Вертикальная голубая линия показывает теоретическое предсказание величины Y_p . Обозначения по оси ординат представляют собой аббревиатуру от фамилий авторов соответствующих работ

1.1 Цели и задачи исследования

Данное исследование направлено на уточнение оценки Y_p за счет качественного улучшения используемой фотоионизационной модели III зон карликовых голубых галактик, а также увеличения статистической мощности выборки исследуемых объектов.

Улучшения фотоионизационной модели нужны для более корректного учета систематических эффектов, влияющих на наблюдаемые потоки эмиссионных линий. Расширение выборки позволяет уменьшить статистическую ошибку при проведении регрессионного анализа для определения Y_p .

Помимо этого, важно исследовать и выяснить причины наблюдаемого рассогласования оценок Y_p , полученных в работах [7] и [12], с другими независимыми оценками и теоретическим предсказанием.

Цели исследования:

1. Получить наиболее точную независимую оценку Y_p
2. Выяснить причины рассогласования независимых оценок Y_p , полученных в работах [7] и [12]

Для достижения поставленных целей необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать фотоионизационную модель НII зон карликовых малометаллических галактик, которая будет наилучшим образом учитывать систематические эффекты НII зон
2. Разработать критерии отбора и создать независимую выборку объектов для анализа
3. Измерить потоки в требуемых эмиссионных линиях в отобранных спектрах
4. С использованием фотоионизационной модели определить физические условия, металличность и текущую распространенность ^4He в отобранных объектах
5. Получить независимую оценку Y_p
6. Восстановить процедуру получения оценки на распространенность первичного ^4He , представленную в работах [7] и [12] и найти причину рассогласования результатов, полученных в этих работах. В случае, если будет обнаружено, что наблюдаемое рассогласование связано с некорректностью используемого для анализа подхода показать, что устранение найденных смещений приводит к согласованию получаемой оценки с теоретическим предсказанием

2 Методология исследования

2.1 Отбор источников

В табл. 1 приведено число источников, использовавшихся в аналогичных исследованиях другими независимыми группами. Малое число анализируемых объектов в этих исследованиях обусловлено тем, что в другие исследования фокусировались на детальном изучении спектров высокого разрешения для индивидуальных специально отобранных объектов. Такие спектры, полученные на мощных современных телескопах, обладают очень высоким отношением сигнал-шум, что позволяет определять физические условия, металличность и текущую распространенность гелия в исследуемых объектах с высокой точностью и малыми погрешностями измерений. К минусам данного подхода относится крайне малая статистическая мощность используемых выборок, поскольку составление больших баз данных спектров высокого качества занимает очень долгое время. Так, например, одна из наиболее мощных выборок высококачественных спектров HII зон карликовых галактик, называемая HeBCD+NIR и представленная в работах [7, 13], является результатом накопления данных на протяжении практически двух десятков лет.

Ключевая идея, отличающая данное исследование от аналогичных независимых исследований, состоит в том, что для анализа будет использоваться значительно большее число спектров с более низким отношением сигнал-шум. Однако, несмотря на то, что определяемые ошибки в получаемых оценках для каждого индивидуального источника будут выше, чем при анализе спектров высокого качества, ожидаемая точность определения Y_p будет выше из-за большей набранной статистики.

Для увеличения статистической силы выборки в данном исследовании было принято решение использовать высококачественные спектры источников, представленных в независимых исследованиях (а именно базу

данных HeBCD+NIR), а также дополнительно расширить выборку за счет спектров, представленных в открытом каталоге Sloan Digital Sky Survey (SDSS) [14]. Каталог SDSS представляет собой результат широкоформатного обзора всего неба при помощи 2.5-метрового широкоугольного телескопа в обсерватории Апачи-Пойнт (США, Нью-Мексико). На данный момент в каталоге представлены фотометрические измерения 500 млн. объектов, и в каталоге представлены спектры 3 млн. объектов. Среди этих объектов имеются откалиброванные по потоку спектры 90000 III зон карликовых голубых галактик, что потенциально позволит в несколько раз увеличить статистическую силу выборки, используемой для определения Y_p .

Для данной задачи из всех представленных спектров необходимо отобрать только такие, которые будут удовлетворять следующим критериям отбора:

1. Красное смещение исследуемого объекта должно быть в диапазоне $0.02 \geq z \geq 0.25$. Это требование связано с тем, что в наблюдаемый диапазон длин волн спектрографа SDSS (3800-9200Å) должны одновременно попадать линии [OII] с длинами волны 3727Å и 7330Å. Эти линии необходимы для корректного определения температуры зоны низкой ионизации и металличности объекта
2. Среднее отношение сигнал-шум для объекта $S/N > 10$. Это требование обусловлено необходимостью измерения потоков эмиссионных линий с высокой точностью
3. В спектре должны быть представлены и достоверно детектируемы (на уровне не хуже 3σ) линии Бальмеровской серии $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$, $H\delta$, линии ^4He 3889Å, 4026Å, 4471Å, 5876Å, 6678Å, 7065Å, а также линии металлов: [OII] 3727Å и дублет 7320/7330Å, [OIII] 4363Å и дублет 4959/5007Å, дублет линий [SII] 6717/6731Å.

Для составления выборки объектов была разработана программа, ко-

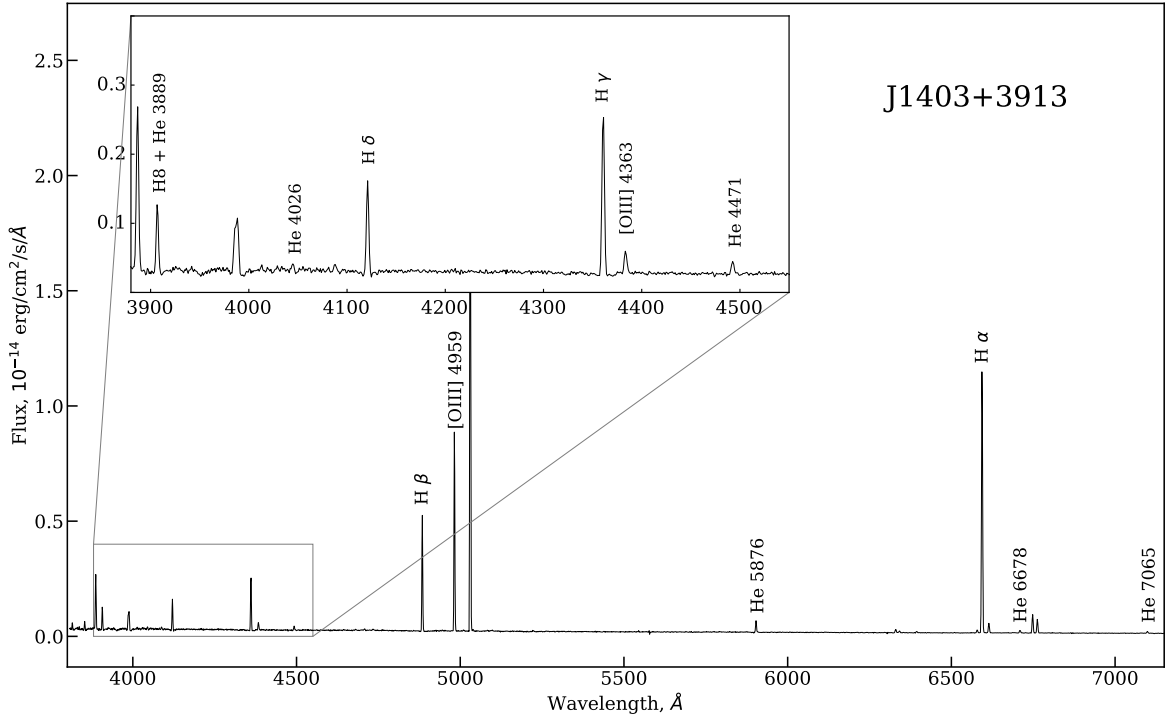


Рис. 3: Пример спектра NII зоны для объекта из каталога SDSS. Спектр имеет отношение S/N 22.42 и металличность $12 + \log(\text{O}/\text{H}) = 7.93$.

торая автоматически отбирает спектры из всего каталога в соответствии с приведенным выше критериями отбора. Из всего каталога SDSS всем этим критериям отбора удовлетворяют ~ 10000 объектов, из которых вручную было отобрано и обработано 580 объектов.

2.2 Измерение потоков эмиссионных линий

Для определения физических свойств, металличности и текущего содержания ^4He в межзвездной среде NII зон карликовых малометаллических галактик необходимо измерить потоки следующих эмиссионных линий: HeI ($\lambda 3889$, $\lambda 4026$, $\lambda 4471$, $\lambda 5876$, $\lambda 6678$, $\lambda 7065$), HeII ($\lambda 4686$), HI ($\lambda 6563$, $\lambda 4861$, $\lambda 4340$, $\lambda 4101$), OII ($\lambda 3727$, 7320 , 7330), OIII ($\lambda 4363$, $\lambda 4959$, $\lambda 5007$), SII ($\lambda 6717$, $\lambda 6731$). Спектр типичного исследуемого объекта представлен на рис. 3.

Для каждой эмиссионной линии был проведен локальный континуум путем построения В-сплайна 3-го порядка для выбранных областей наблюдаемого континуума. При построении континуума все абсорбционные

и эмиссионные детали игнорировались.

Поток и эквивалентная ширина эмиссионных линий определялись путем вписания гауссианы в наблюдаемый профиль линии. Для получения распределения апостериорной вероятности использовался метод Монте-Карло с марковскими цепями с аффинно-инвариантным сэмплером. Значения подобранных параметров гауссианы (амплитуда, центроид и дисперсия) соответствуют максимальной апостериорной вероятности, а оценка неопределенностей соответствует оценке, содержащей 68.3% площади.

2.3 Определение физических условий и металличности

Металличность объекта, которая нужна для выполнения регрессионного анализа с целью получения оценки Y_p , может быть определена как сумма распространенностей всех химических элементов тяжелее гелия, имеющих в НII зоне. Однако, массовые доли большей части металлов по отношению к водороду в таких областях составляют величины $\lesssim 10^{-7}$, и эмиссионные линии этих элементов трудно наблюдать. Поэтому в качестве характеристики металличности объекта при оценке Y_p обычно используют кислород. Относительная распространенность кислорода O/H определяется как сумма распространенностей ионизационных состояний кислорода (для типичных физических условий в НII регионах такими состояниями являются OII и OIII, таким образом, $O/H = OII/H + OIII/H$). Для определения распространенности каждого состояния используется двухзонная температурная модель НII региона. Согласно такому подходу, излучение запрещенных линий OIII рождается в ближней окрестности источника ионизирующего излучения и характеризуется температурой электронов межзвездной среды $T_e(OIII)$, а излучение запрещенных линий OII рождается в отдаленном слое НII региона, характеризуемом температурой электронов $T_e(OII)$. Эти температуры могут быть определены так называемым прямым методом по отношению потоков запрещенных линий соответствующих

ионов: $T_e(\text{OIII})$ определяется отношением потоков $\lambda 4363 / (\lambda 4959 + \lambda 5007)$, а $T_e(\text{OII})$ – отношением $(\lambda 7320 + \lambda 7330) / (\lambda 3726 + \lambda 3729)$ (см., напр. [15]). Отметим, что слабые линии [OII] $\lambda 7320, 7330$ часто недоступны для измерения, поэтому в работах, посвященных определению физических условий в HII регионах, $T_e(\text{OII})$ чаще всего определяется из соотношений $T_e(\text{OII}) = f(T_e(\text{OIII}))$. А именно, в работах [7, 8, 10, 11, 16] для вычисления O/H применялись различные эмпирические соотношения $T_e(\text{OII}) = f(T_e(\text{OIII}))$.

В работе [17] было показано, что использование подобного подхода приводит к неверной оценке температуры зоны низкой ионизации, что, во-первых, заметным образом смещает оценку металличности HII зоны, а значит влияет на точность определения Y_p , а во-вторых, смещает оценку концентрации электронов n_e , которая также оказывает влияние на оценку текущей распространенности ${}^4\text{He}$ (см. подсекцию 2.4). Поэтому в данном исследовании применяется так называемый "прямой метод" измерения температур зон высокой и низкой ионизации в HII зонах, основанный на моделировании отношения потоков соответствующих запрещенных линий.

Моделирование отношения потоков запрещенных линий как функций от параметров межзвездной среды производится с помощью пакета PyNeb [18]. Пакет PyNeb на основе современных атомных данных позволяет рассчитывать заселенности уровней в атомах и ионах, что дает возможность наилучшим образом описывать наблюдаемые отношения потоков эмиссионных линий металлов. Подгонка модельных отношений к наблюдаемым производится с помощью метода Монте-Карло. Центральные значения n_e , $T_e(\text{OII})$, $T_e(\text{OIII})$ и погрешности их определения выводятся из апостериорной функции распределения вероятности. Важно отметить, что для этих расчетов используются наблюдаемые потоки с учетом поправки на межзвездное покраснение. В качестве функции покраснения выбрана функция из работы [19], а логарифмический коэффициент покраснения $S(H\beta)$ определяется по наблюдаемому бальмеровскому декременту.

Распространенность ОII/Н и ОIII/Н в NII зоне, как и ее полная металличность, определяется также с помощью пакета PyNeb.

2.4 Определение текущей распространенности ^4He

В данном исследовании текущая распространенность ^4He определяется с помощью фотоионизационной модели, описаной в работе [16]. Параметры модели вместе с их статистическими ошибками определяются с помощью метода Монте-Карло с марковскими цепями с использованием аффинно-инвариантного семплера *emcee* [20]. Функция правдоподобия модели задается выражением

$$\mathcal{L} = \exp(-\chi^2/2) \quad (1)$$

где

$$\chi^2 = \sum_{\lambda} \frac{\left(\frac{F(\lambda)}{F(\text{H}\beta)} - \frac{F(\lambda)}{F(\text{H}\beta)_{\text{набл}}} \right)^2}{\sigma(\lambda)^2} \quad (2)$$

Здесь $\frac{F(\lambda)}{F(\text{H}\beta)_{\text{набл}}}$ – наблюдаемое значение потоков линий гелия и водорода, нормированное на поток в линии H β , $\sigma(\lambda)$ – наблюдаемая неопределенность этого отношения потоков. Для анализа используется набор из 6 гелиевых ($\lambda 3889$, $\lambda 4026$, $\lambda 4471$, $\lambda 5876$, $\lambda 6678$, $\lambda 7065$) и 3 водородных линий ($\lambda 6563$, $\lambda 4340$, $\lambda 4101$). В случае, если для объекта доступны инфракрасные (ИК) наблюдения, в анализ также добавляется линия гелия $\lambda 10830$ из ближнего ИК диапазона. Таким образом, в сумме (2) 9 или 10 слагаемых в зависимости от доступности ИК наблюдений.

$\frac{F(\lambda)}{F(\text{H}\beta)}$ - это модельное отношение потоков. Оно рассчитывается как функция от 8 параметров: отношения объемных концентрация однократно ионизованного гелия к водороду y^+ , концентрации электронов n_e , электронной температуры T_e , оптической толщине τ , эквивалентной ширины линий подлинейного поглощения для гелия и водорода a_{H} и a_{He} , логарифмического коэффициента покраснения $S(\text{H}\beta)$ и относительного содержания нейтраль-

ного водорода ξ . Физический смысл этих параметров будет описан ниже. Модельное отношение потоков задается формулой:

$$\frac{F(\lambda)}{F(H\beta)} = y^+ \frac{E(\lambda)}{E(H\beta)} \frac{EW(H\beta)}{EW(H\beta) + a_H} \frac{EW(\lambda) + a_{He}(\lambda)}{EW(\lambda)} f_\tau(\lambda) \frac{1}{1 + C/R(H\beta)} 10^{-f(\lambda)C(H\beta)} \quad (3)$$

В формуле (3) первые два множителя описывают отношение потоков в линиях, связанных чисто с рекомбинацией (так называемые естественные потоки). Оставшиеся множители отвечают за поправки на различные систематические эффекты, которые приводят к отличиям между наблюдаемыми и естественными потоками. К этим эффектам относятся поправки на подлинеевое поглощение в гелиевых и водородных линиях, поправка на самопоглощение при переносе излучения в линиях HeI, поправки на столкновительное возбуждение переходов, а также поправку на межзвездное покраснение.

В формуле (3) $E(\lambda)$ – это испускательная способность перехода, $EW(\lambda)$ – это эквивалентная ширина эмиссионной линии с длиной волны λ , $f_\tau(\lambda)$ – функция, необходимая для учета поправки на конечную оптическую толщину при переносе излучения в линиях HeI, $C/R(H\beta)$ – поправка на столкновительное возбуждение нейтрального водорода. Экспоненциальный множитель отвечает за поправку на межзвездное покраснение, где $C(H\beta)$ – логарифмический коэффициент покраснения, а $f(\lambda)$ – функция покраснения из работы [19].

Испускательные способности гелиевых и водородных линий рассчитываются как функции концентрации и температуры электронов n_e и T_e на основе данных, представленных в статье [21] для линий HeI и в статье [22] для линий HII. Важно отметить, что теоретический расчеты испускательных способностей гелиевых линий, в отличие от водородных, уже включают в себя поправку на столкновительное возбуждение переходов, поэтому вводить дополнительные множители, учитывающие эту поправку, не требуется.

Чтобы учесть вклад в потоки водорода от столкновительного возбуждения нейтрального водорода, относительную величину излучения от столкновений к рекомбинации можно рассчитать с помощью множителя $(1 + C/R(\lambda))$, где λ соответствует длинам волн бальмеровской серии. Величина C/R рассчитывается теоретически, и зависит от фракции нейтрального водорода $\xi = \frac{n(\text{HI})}{n(\text{HII})}$, а также от электронной температуры. Для расчета этой поправки были использованы формулы из работы [11], которые основываются на атомных данных из работы [23].

Подлинеевое поглощение в линиях гелия и водорода образуется в результате наложения абсорбционных линий, образующихся в звездных атмосферах источника ионизирующего излучения III зоны. Глубина и сила этих абсорбционных линий зависит от возраста и химсостава ионизирующего источника, а также от его спектрального класса. Наложение абсорбционных линий звездных атмосфер на эмиссионные линии, образующиеся в окружающей межзвездной среде, может существенным образом менять наблюдаемые потоки линий. Особенно существенен этот эффект для слабых линий гелия (напр., для линий He $\lambda 4026$ и He $\lambda 7065$).

Поправка на подлинеевое поглощение в линиях водорода и гелия делается в соответствии с процедурой, описанной в [6]. В предлагаемом подходе подлинеевое поглощение параметризуется в терминах эквивалентной ширины линий. Для вычисления поправки вводятся два параметра модели a_{H} и a_{He} , обозначающие эквивалентную ширину абсорбционных линий подлинеевого поглощения в линиях H β и He $\lambda 4471$ соответственно. Вычисление эквивалентных ширин других абсорбционных линий происходит с через пересчет параметров a_{H} и a_{He} с помощью численных коэффициентов, вычисленных на основе моделей звездных атмосфер. В данном исследовании используются коэффициенты из работы [11].

Для учета эффектов переноса излучения в линиях гелия применяется так называемая функция оптической толщи $f_{\tau}(\lambda)$. Эта функция позволя-

ет учитывать эффект конечной оптической толщи, которая возникает при возбуждении метастабильного уровня 2^3S в атомах HeI. Функциональный вид и подгоночные коэффициенты, рассчитанные на основе теоретической модели атома HeI взяты из работы [24].

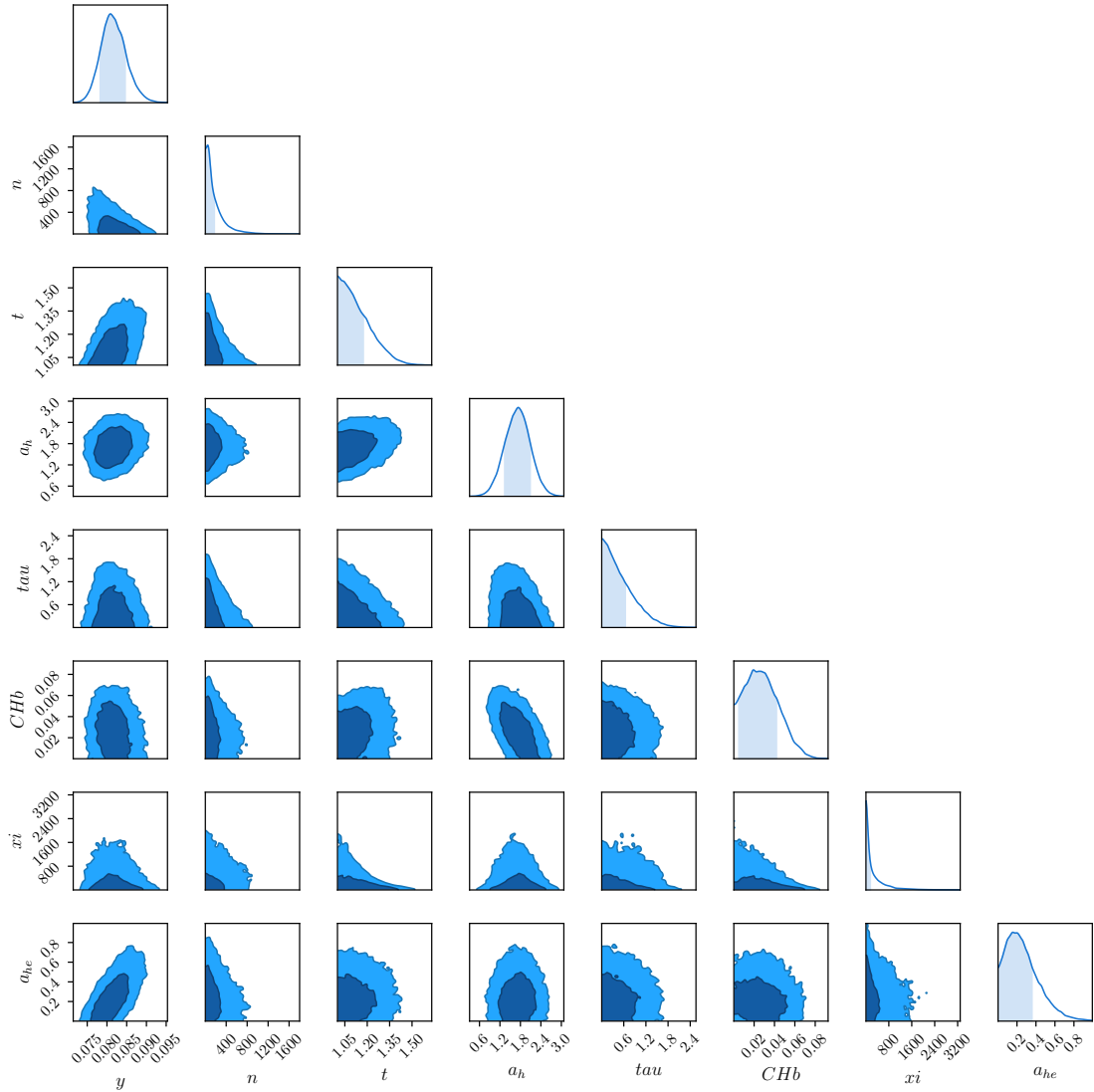


Рис. 4: Априорные распределения вероятностей для параметров фотоионизационной модели, вычисленные для объекта J1403+3913, спектр которого представлен на Рис. 3

Используемая фотоионизационная модель производит поиск оптимальных значений параметров с помощью метода Монте-Карло с марковскими цепями (MCMC) путем подгонки модельных потоков под наблюдаемые значения. Для этого используется аффинно-инвариантный семплер *emcee* [20]. MCMC сканирует пространство параметров и рассчитывает восьмимерную

функцию правдоподобия. Оптимальные значения параметров определяются в точках максимума вероятности маргинализованных апостериорных распределений. Поскольку получаемые распределения вероятности не всегда являются симметричными, неопределенности в этих параметрах рассчитываются в соответствии с подходом, описанным в [25]. Пример результата работы описанной фотоионизационной модели приведен на рис. 4. На нем представлены апостериорные распределения вероятностей всех восьми фитируемых параметров вместе с 1σ интервалами.

3 Определение распространенности первичного ${}^4\text{He}$

Для определения физических условий и текущей распространенности ${}^4\text{He}$ (Y) в объекте используется фотоионизационная модель, описанная в работе [16]. Металличность отобранных объектов определялась с помощью пакета PyNeb [18]. Для регрессионного анализа на основе статистического критерия χ^2 отбрали только те объекты, которые удовлетворительно описываются используемой фотоионизационной моделью ($\chi^2 \leq 4$, что соответствует уровню достоверности в 95% для одной степени свободы). Таким образом, для регрессионного анализа из выборки, собранной на основе открытого каталога SDSS, были отобраны 43 объекта.

В дополнение к выборке SDSS объектов мы использовали спектральную базу данных HeBCD+NIR [7, 13]. Она содержит в себе оптические спектры 83 независимых III рju (база данных HeBCD), а также измеренные потоки ИК-линий HeI $\lambda 10830$ и $P\gamma$ [7]. Также в анализ был добавлен экстремально низкометаллический объект Leo P, спектр которого представлен в статье [11].

Из этих объектов были отобраны те, в которых имеются линии кислорода и гелия, необходимые для анализа. Получившаяся выборка состоит из спектров 48 объектов, в которых были определены физические условия, металличность и текущая распространенность ${}^4\text{He}$. По критерию χ^2 из выборки для дальнейшего регрессионного анализа было отобрано 26 объектов. Следует отметить, что для тех источников из выборки, которые имеют измеренную ИК-линию HeI $\lambda 10830$, модель имеет две степени свободы, поэтому для таких объектов используется критерий $\chi^2 \leq 6$. Таким образом, финальная выборка состоит из 69 объектов (43 объекта из каталога SDSS, 25 объектов из базы данных HeBCD+NIR и объект Leo P).

Распространенности ${}^4\text{He}$ Y и металличности O/H для 69 объектов из финальной выборки представлены на рис. 5 вместе с измеренными метал-

личностями этих объектов (верхняя панель). В недавней работе [10] для регрессионного анализа авторы предложили использовать не массовую распространенность гелия Y , а отношение объемных концентраций гелия к водороду y , которые связаны следующим соотношением:

$$Y = \frac{4y \times (1 - Z)}{1 + 4y}, \quad (4)$$

Здесь Z – это распространенность всех металлов межзвездной среде, и вообще говоря, она неизвестна. Использование отношения объемных концентраций гелия к водороду позволяет избежать включения этой неизвестной величины в анализ. Поэтому в данном исследовании регрессионный анализ проводится с использованием следующего соотношения:

$$y = y_p + \frac{dy}{d(\text{O/H})} \text{O/H} \quad (5)$$

где y_p – отношение объемных концентраций первичного гелия-4 и водорода, которое связано с Y_p следующим соотношением:

$$Y_p = \frac{4y_p}{1 + 4y_p} \quad (6)$$

Для проведения регрессионного анализа и определения значений наклона и пересечения исследуемой кривой использовался метод МСМС. Функция правдоподобия учитывает ошибки измерения как в текущей распространенности гелия-4 y , так и в металличности объекта O/H . Кроме того, при проведении регрессионного анализа учитывается возможное наличие внутреннего разброса в выборке, и оценивается его дисперсия. Функция правдоподобия выглядит следующим образом (для краткости используется обозначение $d = dy/d(\text{O/H})$):

$$\ln(\mathcal{L}) = -\frac{1}{2} \sum_i \left[\frac{(y_p + d \text{O/H} - y_i)^2}{\sigma(y)_i^2 + d^2 \sigma(\text{O/H})_i^2 + \sigma_{int}^2} + \ln(\sigma(y)_i^2 + d^2 \sigma(\text{O/H})_i^2 + \sigma_{int}^2) \right] \quad (7)$$

В результате проведения регрессионного анализа методом МСМС были получены следующие оценки на Y_p и наклон для соотношения Y – O/H :

$$Y_p = 0.2466 \pm 0.0019 \quad \text{и} \quad \frac{dY}{d(\text{O/H})} = 50 \pm 15 \quad (8)$$

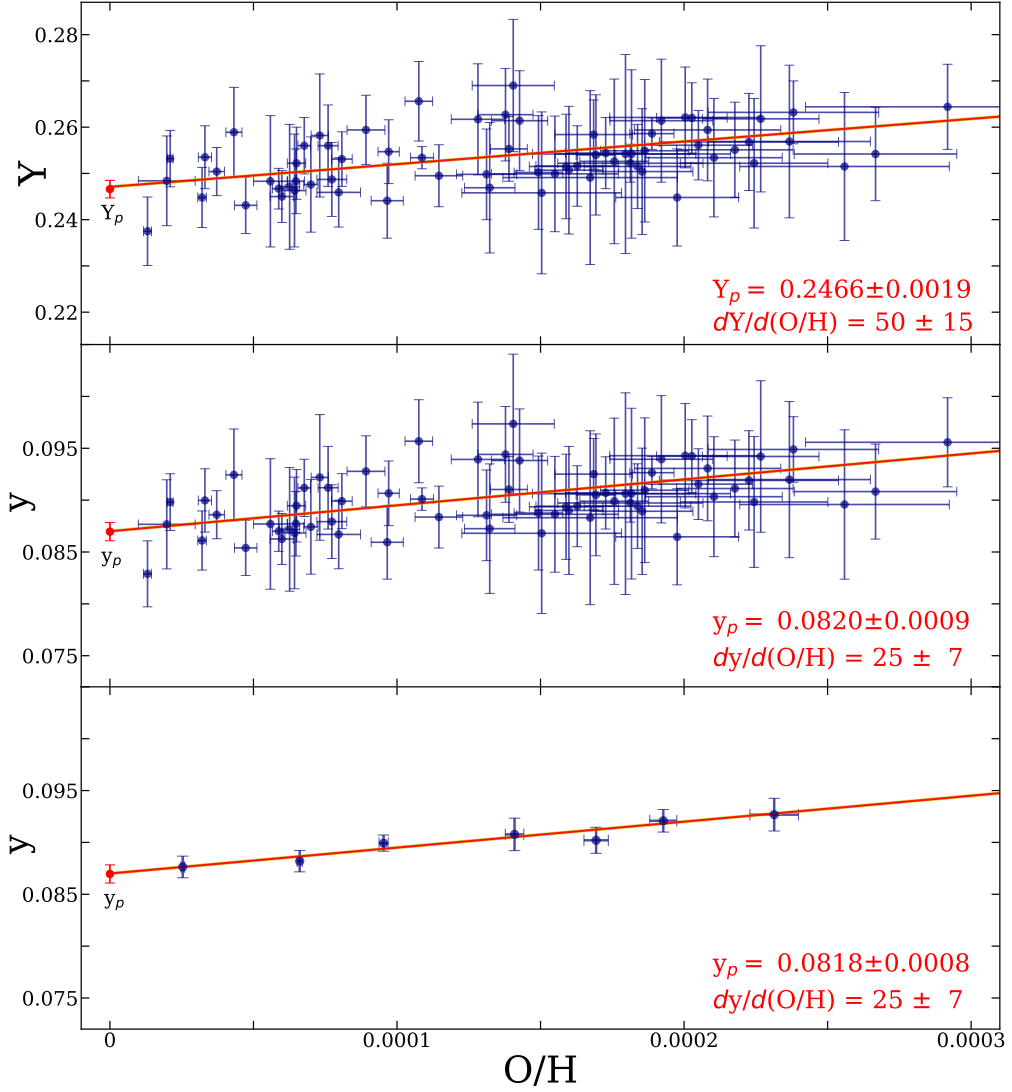


Рис. 5: Диаграммы Y - O/H (верхняя панель) и y - O/H (средняя панель) для выборки из объектов SDSS и базы данных HeBCD+NIR. Красной линией обозначена регрессионная прямая для соответствующих диаграм. На нижней панели представлена регрессионная прямая для соотношение y - O/H , а также средневзвешенные точки, полученные путем разбиения всей выборка объектов на равновеликие бины

На центральной панели рис. 5 представлено распределение $y - O/H$ для объектов SDSS и HeBCD. Проводя регрессионный анализ выборки MCMC процедурой, были получены следующие результаты:

$$y_p = 0.0818 \pm 0.0008 \quad \text{и} \quad \frac{dy}{d(O/H)} = 25 \pm 7 \quad (9)$$

Произведя пересчет u_p в Y_p по формуле (6), легко получить оценку на распространенность первичного гелия-4:

$$Y_p = 0.2466 \pm 0.0019 \quad (10)$$

Полученная оценка хорошо согласуется с оценками Y_p , полученными в исследованиях других научных групп (см. табл. 1), а также с теоретическим предсказанием [2], обладая при этом заметно более высокой точностью по сравнению с другими прямыми наблюдениями.

4 Анализ полученных результатов

4.1 Космологические параметры

Практический интерес для космологии представляют собой оценки на космологические параметры барион-фотонного отношения η_b и числа эффективных сортов нейтрино N_{eff} , которые могут быть получены из независимых оценок первичных распространенностей. Как было указано ранее, величина Y_p слабо зависит от η_b , поэтому для более жесткой оценки барион-фотонного отношения помимо Y_p необходимо также использовать оценку на распространенность первичного дейтерия. Наблюдаемое значение распространенности первичного дейтерия $D/H = (25.38 \pm 0.25) \times 10^{-6}$ взято из обзора [1]. Представленная оценка является средневзвешенным значением, посчитанным по 16 независимым измерениям D/H в DLA системах.

Для этого используются соотношения из работы [26], где $\eta_{10} = 10^{10}\eta_b$:

$$Y_p^{th} = 0.24696 \left(\frac{\eta_{10}}{6.129}\right)^{0.039} \left(\frac{N_{eff}}{3.0}\right)^{0.396} \left(\frac{G_N}{G_{N,0}}\right)^{0.952} \left(\frac{\tau_n}{879.4}\right)^{0.409} \times [p(n, \gamma)d]^{0.005} [d(d, n)^3 He]^{0.006} [d(d, p)t]^{0.005} \quad (11)$$

$$\frac{D}{H}^{th} = 2.559 \times 10^{-5} \left(\frac{\eta_{10}}{6.129}\right)^{-1.597} \left(\frac{N_{eff}}{3.0}\right)^{0.163} \left(\frac{G_N}{G_{N,0}}\right)^{0.357} \times \left(\frac{\tau_n}{879.4}\right)^{0.729} [p(n, \gamma)d]^{-0.193} [d(d, n)^3 He]^{-0.529} [d(d, p)t]^{-0.047} \times [d(p, \gamma)^3 He]^{-0.315} [{}^3 He(n, p)t]^{0.023} [{}^3 He(d, p)^4 He]^{-0.012} \quad (12)$$

Для определения η_b и N_{eff} конструируется следующий функционал:

$$\chi^2 = \frac{(Y_p - Y_p^{th}(\eta_b, N_{eff}))^2}{\sigma(Y_p)^2} + \frac{(D/H - D/H^{th}(\eta_b, N_{eff}))^2}{\sigma(D/H)^2} \quad (13)$$

Оптимальные значения параметров ищутся с помощью MCMC. В результате были получены следующие оценки η_{10} и N_{eff} : $\eta_{10} = 6.15 \pm 0.08$ и

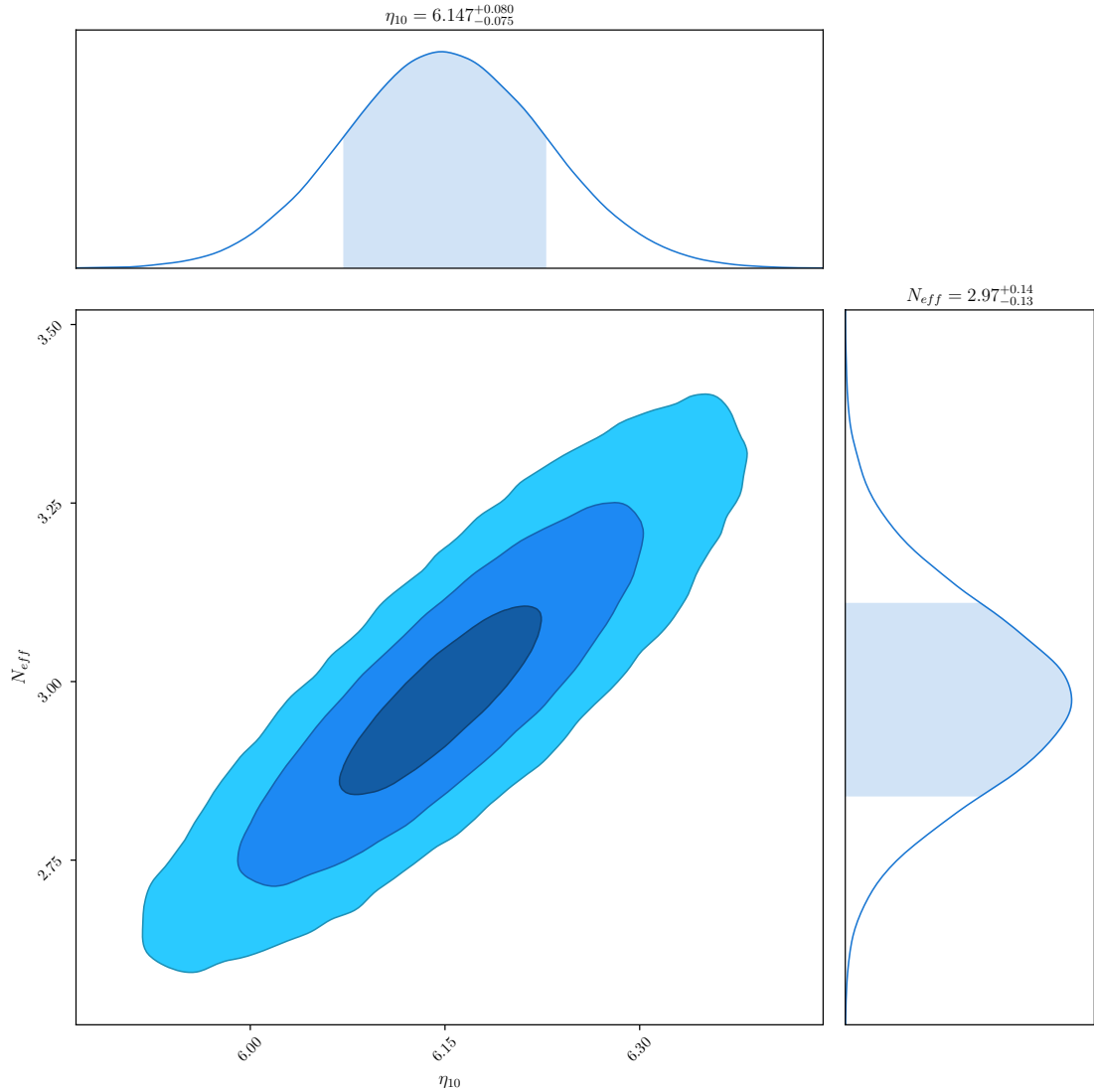


Рис. 6: Апостериорные распределения параметров барион-фотонного отношения η_{10} и эффективного числа сортов нейтрино N_{eff} , рассчитанные на основе наблюдаемых распространенностей первичных ${}^4\text{He}$ и D

$N_{eff} = 2.97 \pm 0.14$. Эти оценки хорошо согласуются с результатами Планка [2] $\eta_{10} = 6.13 \pm 0.04$ и $N_{eff} = 2.99 \pm 0.17$. На рис. 6 приведены апостериорные распределения вероятностей, полученные для этих параметров.

4.2 Сравнение с результатами аналогичных исследований

Полученная независимая оценка на распространенность первичного ${}^4\text{He}$ $Y_p = 0.2466 \pm 0.0019$ очень хорошо согласуется с другими независимыми оценками (см. Табл. 1), а также с теоретическим предсказанием $Y_p = 0.2471 \pm 0.0003$ из работы [2]. При этом точность полученной оценки

заметно выше, что является следствием использования большей статистики объектов.

Однако существует две независимые оценки $Y_p = 0.2551 \pm 0.0022$ [7] и $Y_p = 0.2370 \pm 0.0034$ [12], которые далее будут называться оценками ITG14 и EMPRESS соответственно, и которые не согласуются с полученной здесь оценкой на уровне выше 3σ . Подобное расхождение может быть вызвано как отличиями в методологии исследования, так и нестандартными процессами, которые могли происходить в Ранней Вселенной, и которые могли привести к наблюдаемому рассогласованию теоретических предсказаний и наблюдений. Поэтому следует детально изучить и объяснить причины этого рассогласования.

Для поиска причин рассогласования полученной в данном исследовании оценки Y_p с оценкой ITG14 была восстановлена фотоионизационная модель, описанная в работе [7]. Используя ту же базу данных источников, что была использована в работе [7] (HeBCD + NIR), была проведена полная процедура получения оценки ITG14, которая совпала с приведенной в соответствующей работе. Далее с помощью этой же фотоионизационной модели были обработаны также и источники, отобранные из каталога SDSS для увеличения статистики.

В процессе исследования были обнаружены следующие отличия модели ITG14 от модели, используемой в данном исследовании:

1. Для определения физических условий в межзвездной среде НII региона используются линии HeI $\lambda 3889$, $\lambda 4471$, $\lambda 5876$, $\lambda 6678$, $\lambda 7065$, $\lambda 10830$, а для вычисления отношения объемных концентраций гелия к водороду y - только линии $\lambda 4471$, $\lambda 5876$, $\lambda 6678$, $\lambda 10830$
2. Поправка на подлинное поглощение в линия гелия в модели ITG14 осуществляется тем же способом, что в модели, использованной для данного исследования. Однако, эквивалентная ширина абсорбционной

линии $\lambda 4471$ (a_{He}), в модели ITG14 имеет фиксированную величину 0.4\AA (в отличие от применяемой здесь модели, где a_{He} является свободным параметром и определяется методом MCMC)

3. Модель ITG14 для определения физических условий в межзвездной среде использует метод MCMC. При этом считается, что все параметры обладают равномерным априорным распределением с очень широкими пределами, кроме температуры T_e . На T_e накладывается очень жесткий приор, который обосновывается в работе [27]

В работе [16] детально изучалось влияние каждого из этих эффектов на итоговый результат оценки Y_p . Было показано, что все они приводят к существенному систематическому сдвигу получаемой оценки, а также что нет жестко обоснованной мотивации делать поправку на исследуемые систематические эффекты таким образом, как это делается в методе ITG14. Детальное обсуждение каждого из этих эффектов см. в работе [16].

Для оценки того, как приведенные отличия в моделях влияют на итоговый результат Y_p , в модели ITG14 были внесены следующие изменения: 1) для вычисления y используются все доступные для измерения линии HeI, 2) параметр a_{He} сделан свободным параметром модели, 3) убран приор на электронную температуру. После применения измененной модели к совокупной базе данных источников из каталога SDSS и HeBCD+NIR была получена следующая оценка $Y_p = 0.2449 \pm 0.0020$, что полностью согласуется как с теоретическим предсказанием, так и с результатами других независимых исследований (см. Табл. 1).

Оценка $Y_p = 0.2370 \pm 0.0034$, полученная в работе [12], является другой аномальной оценкой, которая рассогласуется как с результатами других наблюдений, так и с теоретическим предсказанием Y_p . Авторы указывают, что такое низкое наблюдаемое значение распространенности первичного гелия может с большой вероятностью свидетельствовать в пользу наличия

нестандартных физических процессов, протекающих в Ранней Вселенной. В частности, авторы считают, что это может быть вызвано наличием ненулевой лептонной асимметрии, характеризуемой параметра ξ_e , и приводят его оценку $\xi_e = 0.05 \pm 0.03$.

Обсуждаемая оценка была получена на основе наблюдений выборки 10 экстремально малометаллических карликовых галактик ($Z \leq 0.1Z_\odot$), снятых на телескопе SUBARU, которые были объединены с базой данных источников из работы [10]. В качестве фотоионизационной модели, используемой в обсуждаемом исследовании, применялась модель из работы [10]. Однако, авторы внесли модификацию в применяемую модель, а именно расширили границы априорных вероятностей для ряда ключевых параметров модели, отвечающих за поправки на систематические эффекты НН зон. В частности, авторы наложили приоры, допускающие наличие отрицательных значений, на параметры a_{H} , a_{He} и τ . Детальное обсуждение и мотивацию для этого изменения модели авторы в своей работе. В результате для почти всех объектов с телескопа SUBARU получаются физически неверные значения параметров, которые в свою очередь приводят к очень существенному сдвигу наблюдаемой текущей концентрации ${}^4\text{He}$ в этих галактиках. Таким образом, для подтверждения наличия подобного рассогласования оценки EMPRESS с теоретическим предсказанием Y_p необходимо провести независимое исследования тех же объектов из [12], чтобы подтвердить или опровергнуть полученную оценку.

5 Заключение

Исследование было посвящено определению распространенности первичного гелия-4 (Y_p). Объектом исследования являлись карликовые малометаллические галактики местного объема. Эти объекты слабо проэволюционировали химически, поэтому состав их межзвездной среды близок к первичному. Поскольку количество гелия-4 может только увеличиваться с течением времени за счет звездного нуклеосинтеза вместе с наработкой металлов, в таких объектах существует линейная корреляция между текущей распространенностью гелия-4 и металличностью объекта. Таким образом, можно получить оценку на Y_p на основе регрессионного анализа выборки карликовых галактик, в каждой из которых измеряется текущая распространенность ^4He (Y) и металличность. В качестве трейсера металличности объекта выступает распространенность кислорода O/H, поскольку кислород является третьим по распространенности элементом в межзвездной среде карликовых галактик.

Для получения независимой оценки Y_p открытый каталог SDSS DR15 был просканирован на наличие спектров HII зон в голубых карликовых галактиках (BCD). Для исследования отбирались объекты с красным смещением $0.02 \leq z \leq 0.25$ и с наблюдаемым отношением сигнал/шум S/N выше 10. Помимо этого, в отбираемых объектах требуемые для анализа линии водорода и гелия должны быть детектируемы на уровне $\geq 3\sigma$. Всего было проанализировано 580 таких объектов.

Для определения физических свойств межзвездной среды отобранных объектов и текущей распространенности ^4He в них использовалась фотоионизационная модель, описанная в работе [16]. Для определения металличности объектов O/H использовался так называемый "прямой метод" оценки температур зон высокой и низкой ионизации HII региона, описанный в [17].

Текущая распространенность гелия-4 и металличность были измерены для всех отобранных объектов из каталога SDSS, а также для спектров высокого качества, представленных в литературе (база данных HeBCD+NIR [7, 13]). На основе статистического критерия χ^2 для финального анализа и определения Y_p из совокупной выборки было отобрано 43 объекта из каталога SDSS, X объектов из базы данных HeBCD+NIR. Также в анализ было добавлен экстремально малометаллический объект Leo P [11].

На основе этой выборки методом регрессионного анализа была получена наиболее точная на сегодняшний день оценка распространенности первичного ^4He $Y_p = 0.2466 \pm 0.0019$. помимо этого, получена оценка наклон зависимости $Y-\text{O}/\text{H}$ $dY/d(\text{O}/\text{H}) = 46 \pm 13$. Этот наклон определяется на уровне достоверности 3.5σ , что значительно выше по сравнению с предыдущими исследованиями.

С использованием полученной оценки Y_p и наблюдаемой распространенности первичного дейтерия D/H из [1], было получены оценки на эффективное число сортов нейтрино $N_{\text{eff}} = 2.95 \pm 0.16$, а барион – фотонное отношение $\eta_{10} = 6.14 \pm 0.09$. Эти результаты хорошо согласуются с результатами, полученными коллаборацией Planck на основе анализа анизотропии реликтового излучения [2]: $\eta_{10} = 6.13 \pm 0.04$ и $N_{\text{eff}} = 2.99 \pm 0.17$.

Для определения причин рассогласования оценок Y_p , полученных в работе [7], с теоретическим предсказанием и другими независимыми результатами, была восстановлена фотоионизационная модель, используемая в работе [7]. На имеющейся большой выборке объектов показано, что наблюдаемое завышение оценки Y_p связано с некорректным учетом ряда систематических эффектов. Исправление указанных несоответствий приводит к согласованию получающегося результата как с теоретическим предсказанием, так и с другими независимыми оценками.

6 Список опубликованных работ

1. O.A. Kurichin, P.A. Kislitsyn, V.V. Klimenko, S.A. Balashev, A.V. Ivanchik.
“A New Determination of the Primordial Helium Abundance Using the Analyses of HII region Spectra from SDSS”
MNRAS, Vol. 502, Iss., pp. 3045-3056, April 2021.
2. O.A. Kurichin, P.A. Kislitsyn, A.V. Ivanchik.
“Determination of HII region Metallicity in the Context of Estimating the Primordial Helium Abundance”
Astronomy Letters, Vol. 47, Iss. 10, pp. 674-685, October 2021.
3. O.A. Kurichin, A.V. Ivanchik, V.V. Klimenko.
“Primordial Helium Abundance Refinement using sample of SDSS DR15 galaxies”
J. Phys.: Conf. Ser., Vol. 1400, Iss. 2, art. id. 022051, November 2019.
4. O.A. Kurichin, A.V. Ivanchik
“Systematic Effects and Self-consistency in the Primordial Helium Abundance Determination”
J. Phys.: Conf. Ser., Vol. 1135, Iss. 1, art. id.012006, December 2018.
5. O.A. Kurichin, P.A. Kislitsyn, A.V. Ivanchik.
“The influence of systematic effects on the determination of the primordial helium abundance”
Astronomy at the Epoch of Multimessenger Studies, Proceedings of the VAK-2021 conference, held 23-28 August, 2021 in Moscow., pp.373-374, 2022.

Список литературы

- [1] **R.L. Workman et al. (Particle Data Group) The Review of Particle Physics // Prog. Theor. Exp. Phys. – 2022 – Vol. 2022 – Iss. 8 – id.083C01 – 2270 pp.**
- [2] **Aghanim, N. et al. (Planck Collaboration) Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters // Astron. Astrophys – 2020 – Vol. 641 – id. A6 – 67 pp.**
- [3] **Горбунов Д.С., Рубаков В.А. Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. – М.: Издательство ЛКИ, Изд. 3, 2016 - 616 с.**
- [4] **Hopkins, A.M. et al. Star Formation Rates of Local Blue Compact Dwarf Galaxies. I. 1.4 GHz and 60 Micron Luminosities // Astron J. – 2002 – Vol. 124 – Iss. 2 – pp. 862-876.**
- [5] **Peimbert, M.; Torres-Peimbert, S. Chemical composition of H II regions in the Large Magellanic Cloud and its cosmological implications. // Astrophys. J. – 1974 – Vol. 193 – p. 327-333.**
- [6] **Aver, Erik et al. The effects of He I $\lambda 10830$ on helium abundance determinations // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics – 2015 – Vol. 2015 – Iss. 07 – pp.011-011.**
- [7] **Izotov, Y.I. et al. A new determination of the primordial He abundance using the He I $\lambda 10830 \text{ \AA}$ emission line: cosmological implications// Mon. Notices Royal Astron. Soc. – 2014 – Vol. 445 – Issue 1 – p.778-793**
- [8] **Fernandez, Vital et al. A Bayesian direct method implementation to fit emission line spectra: application to**

the primordial He abundance determination // Mon. Notices Royal Astron. Soc – 2019 – Vol. 487 – Iss. 3 – p.3221-3238

- [9] **Valerdi, Mabel et al. Chemical abundances in seven metal-poor H II regions and a determination of the primordial helium abundance** // Mon. Notices Royal Astron. Soc – 2021 – Vol. 505 – Iss. 3 – pp.3624-3634
- [10] **Hsyu, Tiffany et al. The PHLEK Survey: A New Determination of the Primordial Helium Abundance** // Astrophys. J. – 2020 – Vol. 896 – Iss. 1 – id.77 – 26 pp.
- [11] **Aver, Erik et al. Improving helium abundance determinations with Leo P as a case study**// Journal of Cosmology and Astroparticle Physics – 2021 – Vol. 2021 – Iss. 03 – id.027 – 35 pp.
- [12] **Matsumoto, Akinori et al. EMPRESS. VIII. A New Determination of Primordial He Abundance with Extremely Metal-poor Galaxies: A Suggestion of the Lepton Asymmetry and Implications for the Hubble Tension** // Astrophys. J. – 2022 – Vol. 941 – Iss. 2 – id.167 – 14 pp.
- [13] **Izotov, Y.I. et al. The Primordial Abundance of 4He : A Self-consistent Empirical Analysis of Systematic Effects in a Large Sample of Low-Metallicity H II Regions** // Astrophys. J. – 2007 – Vol. 662 – Iss. 1 – pp. 15-38.
- [14] **Aguado, D.S. et al. (SDSS Collaboration) The Fifteenth Data Release of the Sloan Digital Sky Surveys: First Release of MaNGA-derived Quantities, Data Visualization Tools, and Stellar Library** // Astrophys. J. Suppl. Ser. – 2019 – Vol. 240 – Iss. 2 – id. 23 – 25 pp.

- [15] **Pilyugin, L.S., et al. The electron temperatures of SDSS high-metallicity giant extragalactic HII regions // Mon. Notices Royal Astron. Soc – 2010 – Vol. 403 – Iss. 2 – pp.896-905**
- [16] **Kurichin, O.A. et al. A new determination of the primordial helium abundance using the analyses of H II region spectra from SDSS // Mon. Notices Royal Astron. Soc – 2021 – Vol. 502 – Iss. 2 – pp.3045-3056**
- [17] **Kurichin, O.A. et al. Determination of H II Region Metallicity in the Context of Estimating the Primordial Helium Abundance // Astron. Lett. – 2021 – Vol. 47 – Iss. 10 – p.674-685**
- [18] **Luridiana, V., et al. PyNeb: a new tool for analyzing emission lines. I. Code description and validation of results // Astron. Astrophys – 2015 – Vol. 573 – id. A42 – 14 pp.**
- [19] **Cardelli, Jason A., et al. The Relationship between Infrared, Optical, and Ultraviolet Extinction // Astrophys. J. – 1989 – Vol. 345 – p. 245**
- [20] **Foreman-Mackey, D., et al. emcee: The MCMC Hammer // Publ. Astron. Soc. Pac. – 2013 – Vol. 125 – Iss. 925 – pp. 306**
- [21] **Porter, R. L. et al. Erratum: ‘Improved He I emissivities in the Case B approximation // Mon. Notices Royal Astron. Soc – 2013 – Vol. 433 – Iss. 1 – pp.89-90**
- [22] **Hummer, D. G. ; Storey, P. J., Recombination-line intensities for hydrogenic ions - I. Case B calculations for H I and He II. // Mon. Notices Royal Astron. Soc – 1987 – Vol. 224 – pp.801-820**

- [23] **Anderson, H., et al. An R-matrix with pseudo-states approach to the electron-impact excitation of H I for diagnostic applications in fusion plasmas** // J. Phys. B.-At. Mol. Opt. – 2002 – Vol. 35 – Num. 6 – pp. 1613-1615
- [24] **Banjamin, R.A., et al. Radiative Transfer Effects in He I Emission Lines** // Astrophys. J. – 2002 – Vol. 569 – Num. 1 – pp. 288-294
- [25] **Andrae, Rene, Error estimation in astronomy: A guide** // arXiv e-print – 2010
- [26] **Fields, B.D., et al. Big-Bang Nucleosynthesis after Planck** // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics – 2020 – Vol. 2020 - Num. 3 – pp. 10
- [27] **Izotov, Y.I., et al. Primordial ^4He abundance: a determination based on the largest sample of H II regions with a methodology tested on model H II regions** // Astron. Astrophys – 2013 – Vol. 558 – id.A57 – 22 pp.